Ministério da Educação

Instituto Federal Sul-Rio-Grandense

Campus Pelotas - Visconde da Graça

TECNOLOGIAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DE TRIÂNGULOS

TANIA CRISTINA SILVA DUARTE

Pelotas, Setembro 2016

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O produto educacional relacionado à dissertação de Mestrado, intitulada “Tecnologias no Ensino de Matemática: uso do software GeoGebra no estudo de triângulos”, consiste na elaboração de um passo-a-passo para o uso do *software* GeoGebra, aplicado a uma sequência didática de quatro atividades relacionadas ao estudo do triângulo. Tal produto será aplicado num processo de formação continuada para professores da Educação Básica, em uma escola da Rede Pública Estadual, bem como estará disponível para alunos e professores.

O processo formativo tem como objetivo o incentivo ao uso das tecnologias digitais, no ambiente escolar, como recurso que possibilita ao professor e o aluno a construção de objetos virtuais no processo do conhecimento. Quanto ao *software* GeoGebra, é educativo, podendo ser usado como forma de aprendizagem de Álgebra e Geometria Plana, onde são feitas construções com pontos, circunferências, segmentos fixos, retas, polígonos, entre outras.

OBJETIVO DO MANUAL

Disponibilizar aos professores e alunos uma sequência didática referente ao estudo do triângulo com aplicação do software Geogebra.

SEQUENCIA DIDÁTICA

A sequência didática, segundo Maroquio, Paiva e Fonseca (2015), constituí-se em um recurso pedagógico que propicia um novo olhar sobre a organização curricular, permitindo ao aluno chegar ao conhecimento desejado, a partir de seus conhecimentos prévios. Zabala (1998, p. 18) considera a sequência didática como sendo “[...] um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos, tanto pelo professor como pelo aluno”. Para Leal (2013), na sequência didática há algumas etapas coincidentes com o plano de aula. No entanto, a mesma caracteriza-se por ser mais abrangente, pois além de abordar várias estratégias de ensino e aprendizagem, pode ser aplicada em vários dias.

ATIVIDADES

Atividade 1 – Condição de existência do triângulo

Para construir um triângulo é necessário que a **medida de qualquer um dos lados seja menor que a soma das medidas dos outros dois e maior que o valor absoluto da diferença entre as medidas**. Em linguagem matemática:

- $|b - c| < a < b + c$
- $|a - c| < b < a + c$
- $|a - b| < c < a + b$

A Atividade 1 consistiu na construção de dois polígonos de três lados: um triângulo de lados fixos (3, 4, 5).

Repita o mesmo processo com as seguintes medidas (1, 2, 3).

A seguir, estão listados os passos para realizar a atividade.

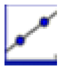
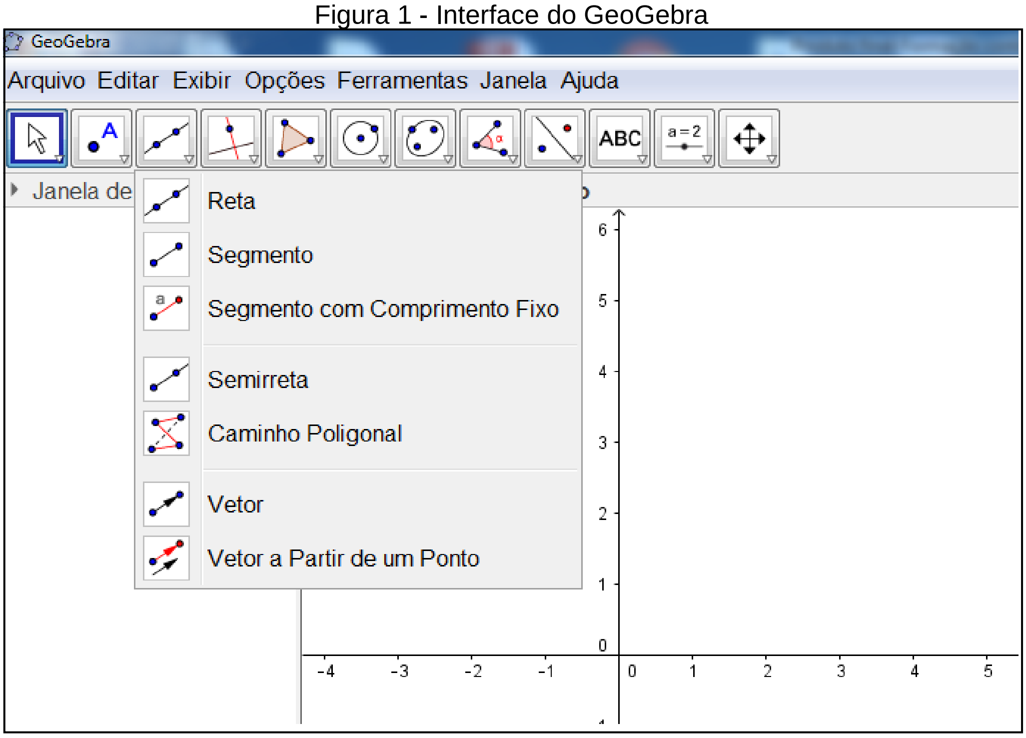
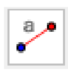
a) Pressionar o terceiro ícone  (Reta), na barra de ferramentas, abrindo o menu de opções, conforme na Figura 1.

Figura 1 - Interface do GeoGebra

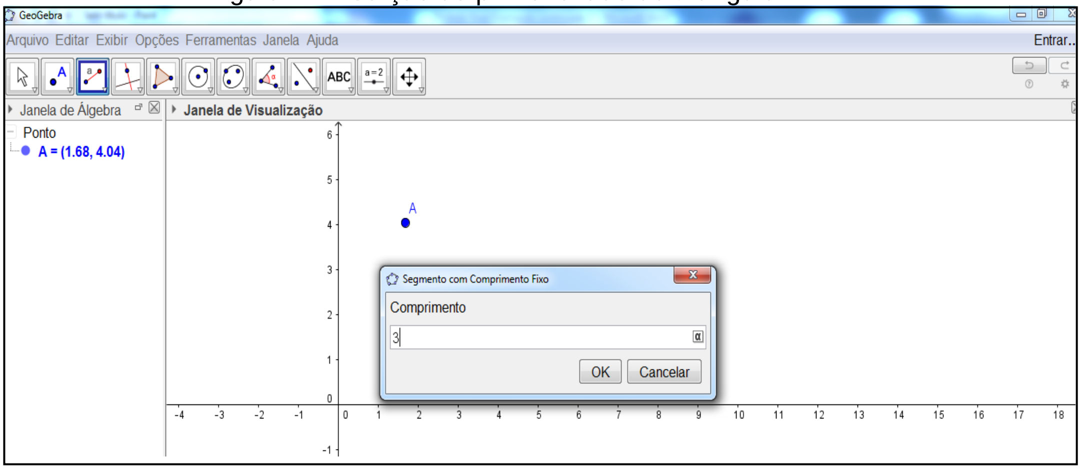


Fonte: a pesquisa.

b) Selecionar o segmento de comprimento fixo, representado pelo ícone .

c) Clicar na janela de visualização do GeoGebra, na qual aparecerá o ponto A e abrirá a janela onde deverá ser inserido o comprimento do segmento. O ponto A, situado no plano cartesiano, pode ter quaisquer coordenadas, conforme Figura 2.

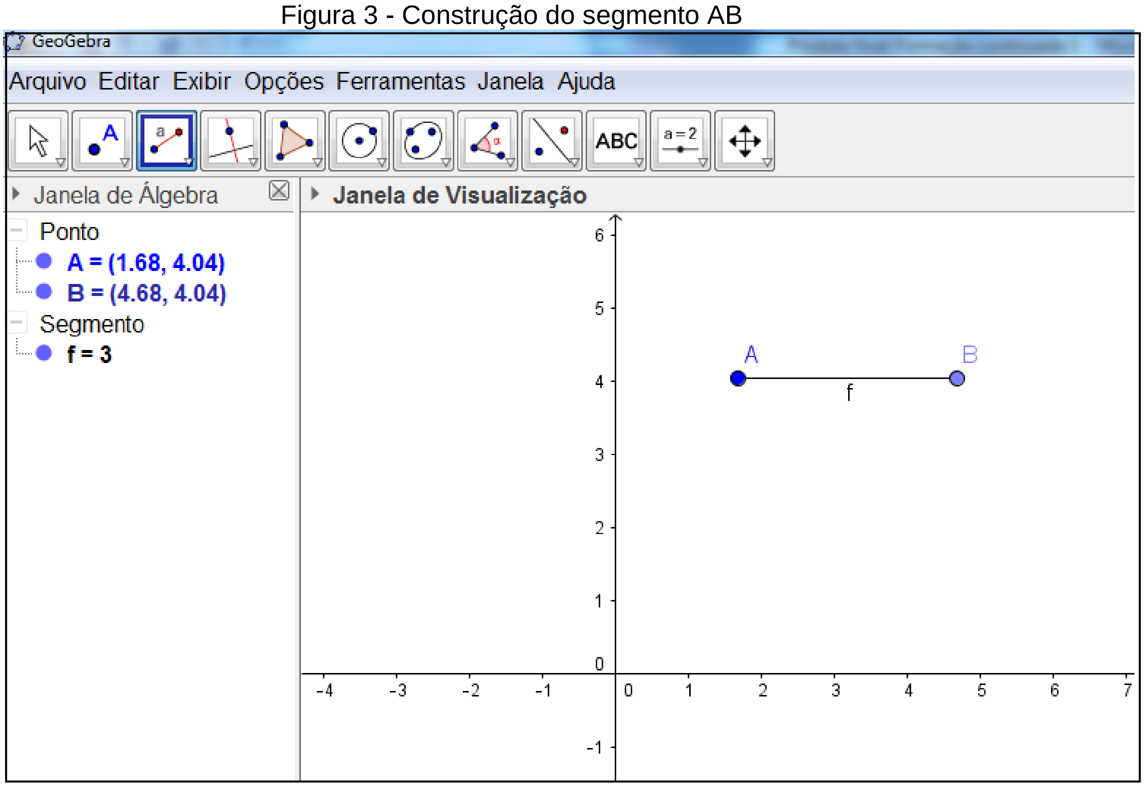
Figura 2 - Inserção do primeiro lado do triângulo



Fonte: a pesquisa.

d) Digitar o número 3 e aperte OK. O segmento $\overline{AB}$ ficará representado na janela de visualização, conforme Figura 3.

Figura 3 - Construção do segmento AB



Fonte: a pesquisa.

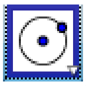
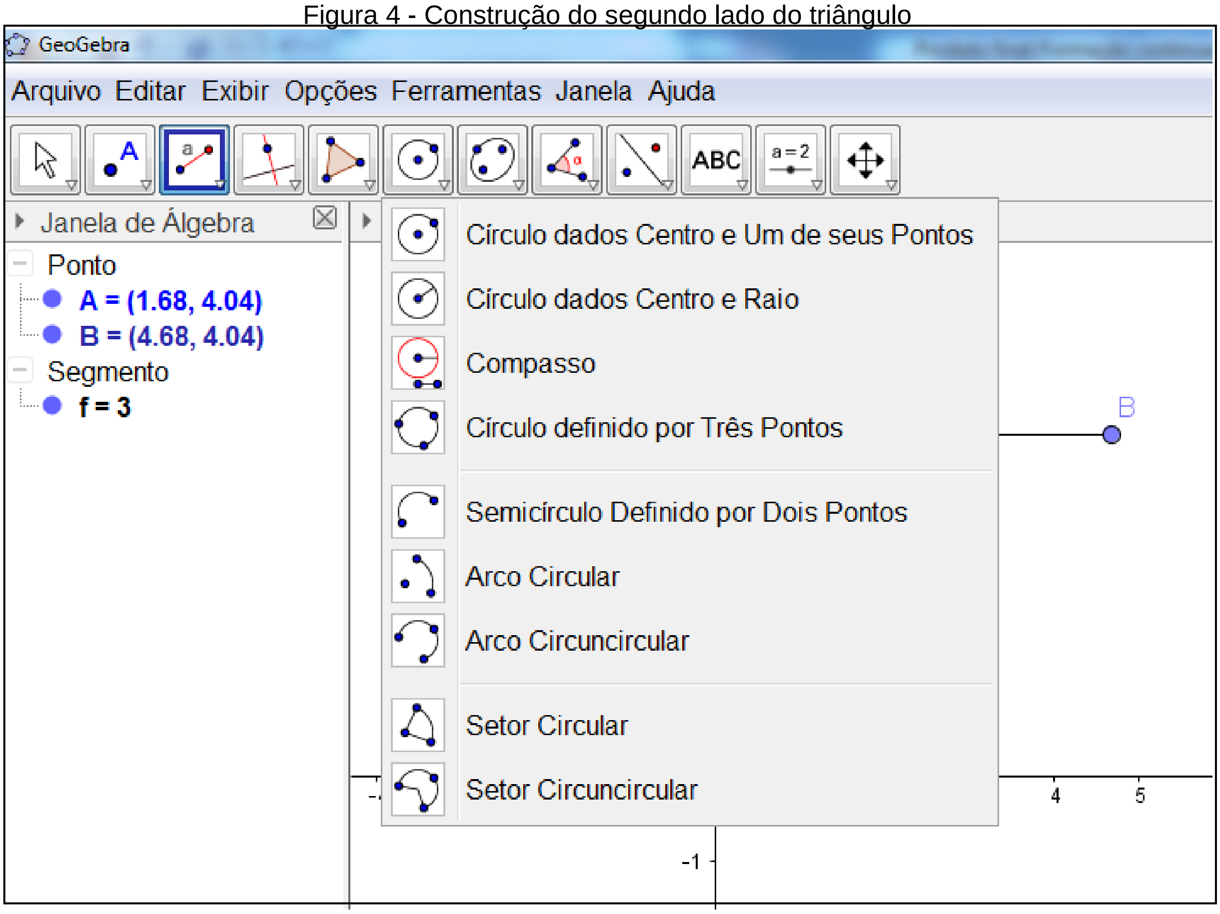
e) Para representar o segundo lado do triângulo de medida 4 unidades de comprimento, pressione o sexto ícone da barra de ferramentas , abrindo o menu de opções, conforme Figura 4.

Figura 4 - Construção do segundo lado do triângulo



Fonte: a pesquisa.

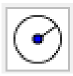
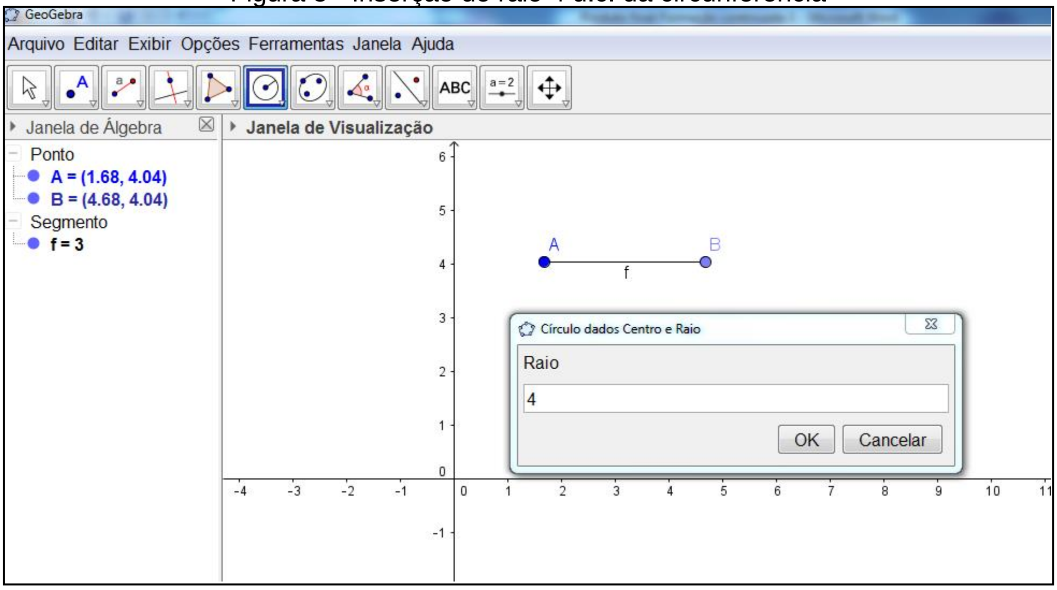
f) Selecionar o **círculo dados centro e raio**, por meio do ícone , clicando no ponto A, onde abrirá uma janela de diálogo, na qual deverá ser inserido o comprimento do raio, conforme a Figura 5.

Figura 5 - Inserção do raio 4 u.c. da circunferência



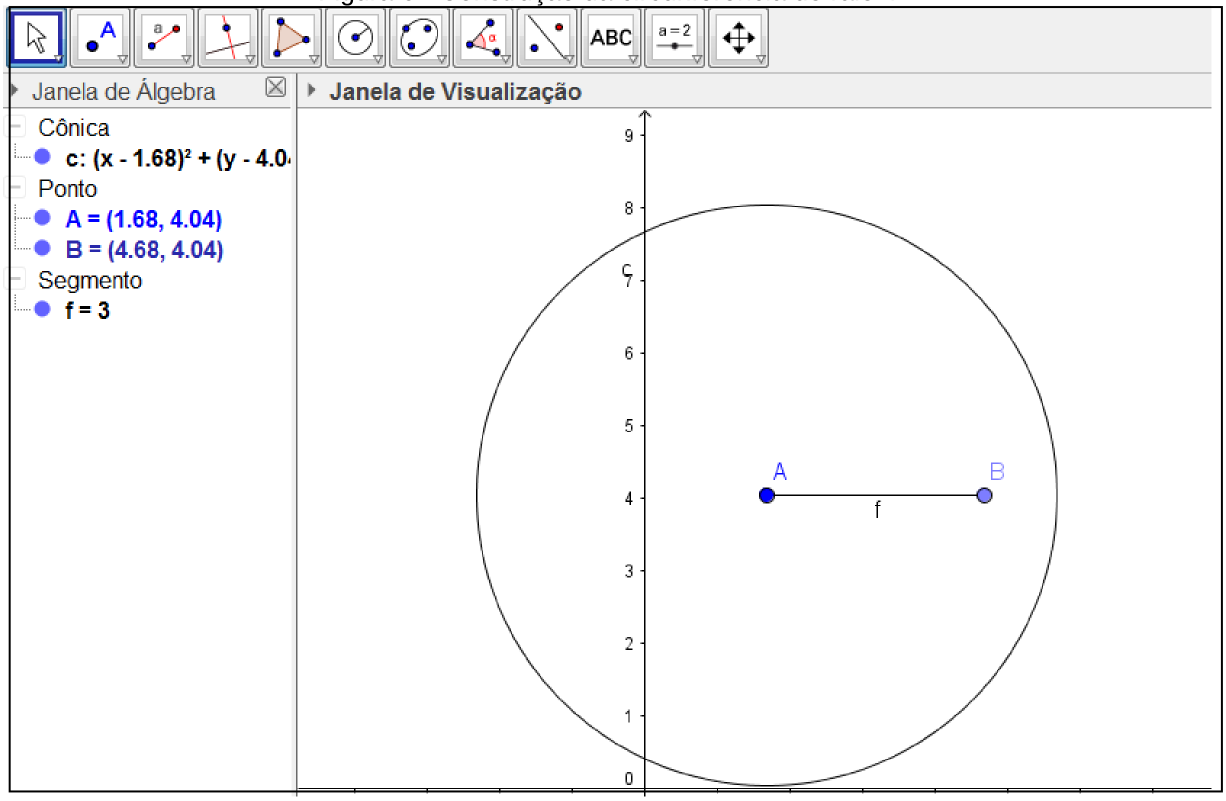
Fonte: a pesquisa.

g) Esse comprimento equivale ao segundo lado do triângulo, no caso,

raio = lado = 4.

Por fim, pressione OK, obtendo a figura na janela de visualização, conforme Figura 6.

Figura 6 - Construção da circunferência de raio 4



Fonte: a pesquisa.

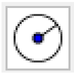
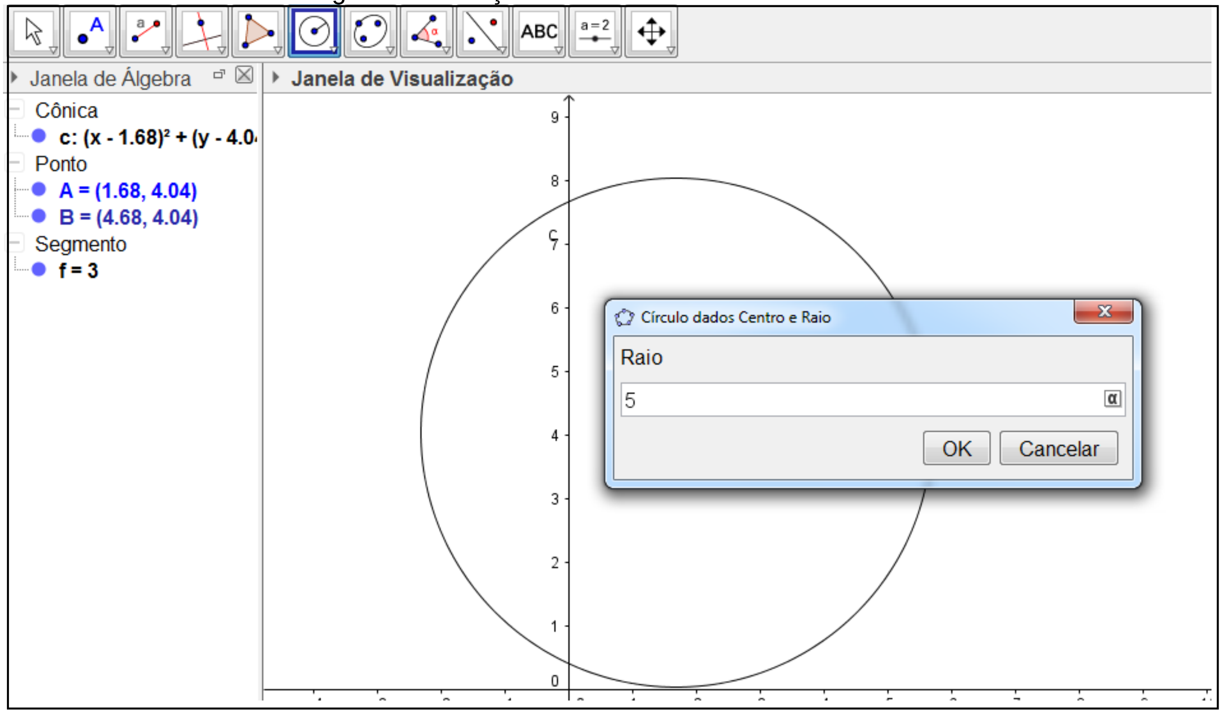
h) Para inserir o terceiro lado de medida 5, selecionar, novamente, **o círculo dados centro e raio**, por meio do ícone , clicar no ponto B, abrindo uma janela de diálogo, na qual deverá ser inserido o comprimento do raio igual a 5, conforme Figura 7.

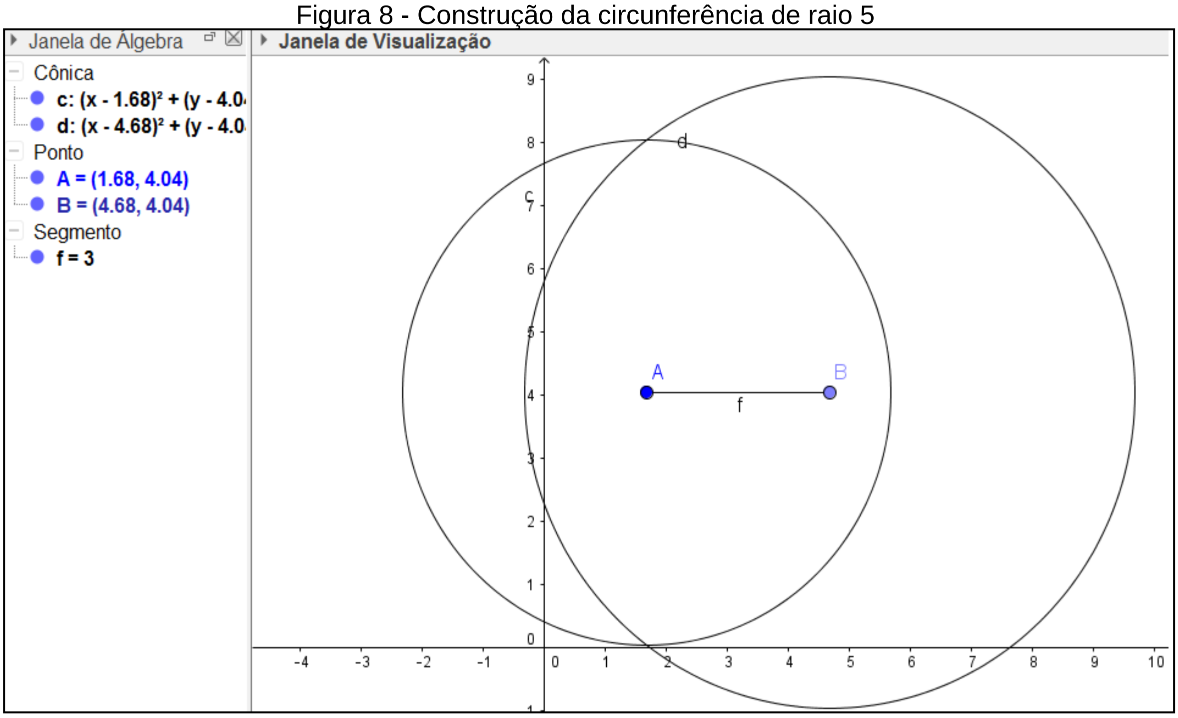
Figura 7 - Inserção do raio 5 u.c. na circunferência



Fonte: a pesquisa.

i) Pressionar OK e aparecerá, na janela de visualização, a circunferência de raio 5, que corresponde à medida do terceiro lado, conforme Figura 8.

Figura 8 - Construção da circunferência de raio 5



Fonte: a pesquisa.

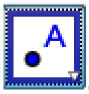
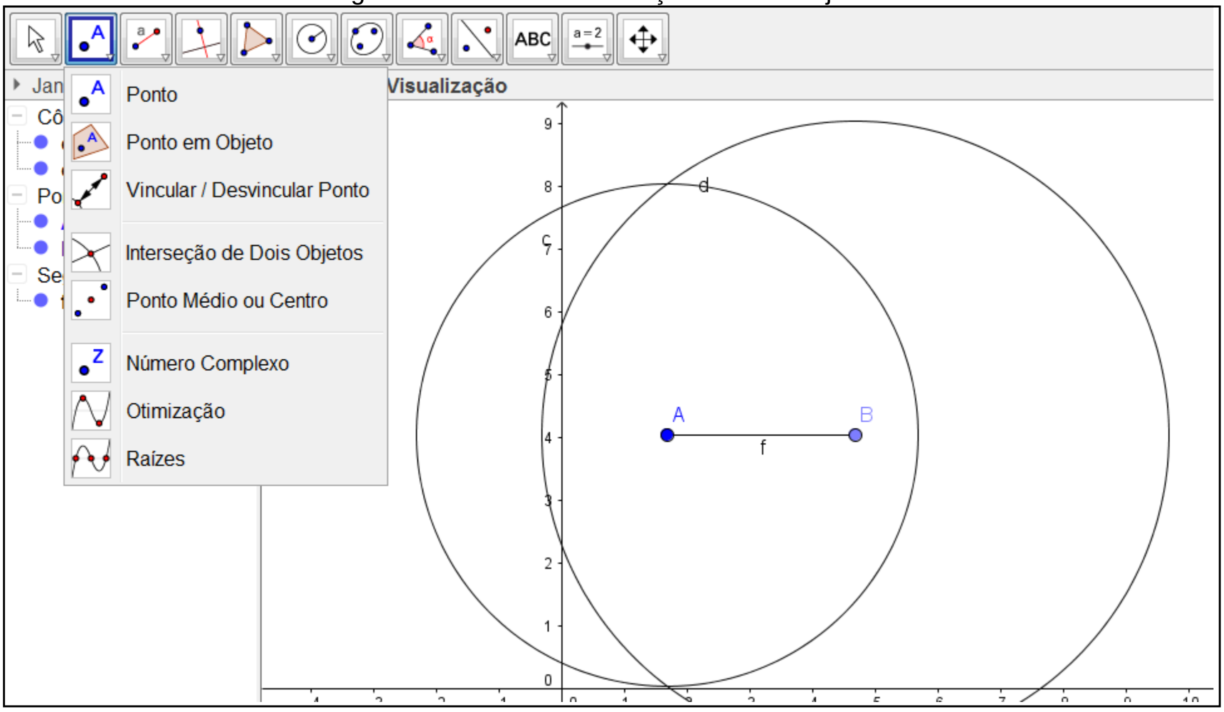
j) Pressionar o segundo ícone da barra de ferramentas , abrindo o menu de opções, conforme Figura 9.

Figura 9 - ícone de intersecção de dois objetos.



Fonte: a pesquisa.

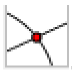
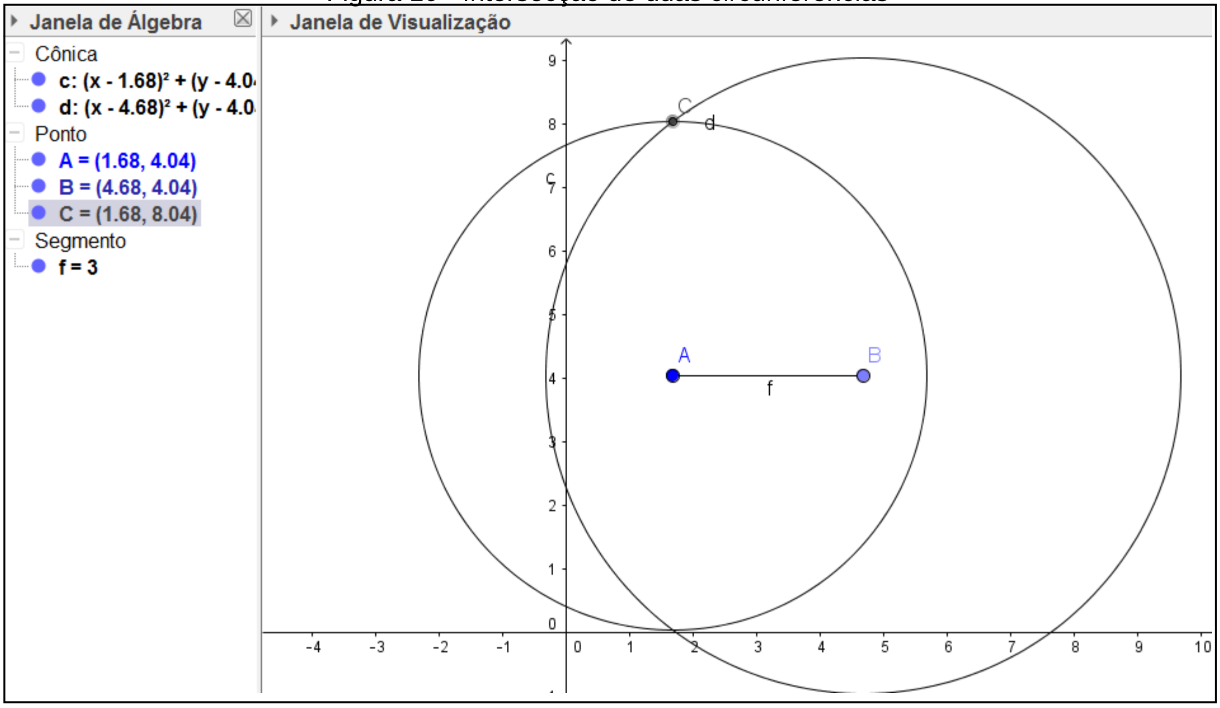
k) Pressionar o ícone intersecção de dois objetos , e ir para uma das intersecções das duas circunferências, determinando o ponto C, conforme Figura 10.

Figura 10 - Intersecção de duas circunferências



Fonte: a pesquisa.

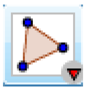
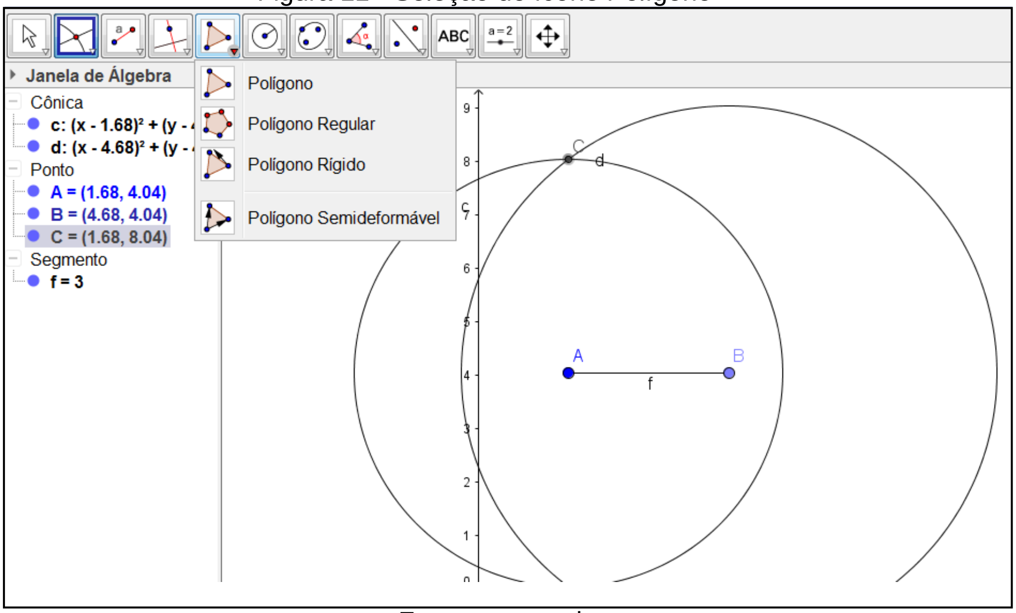
l) Pressionar o quinto ícone da barra de ferramentas  (polígono), abrindo o menu de opções, conforme Figura 11.

Figura 11 - Seleção do ícone Polígono



Fonte: a pesquisa.

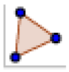
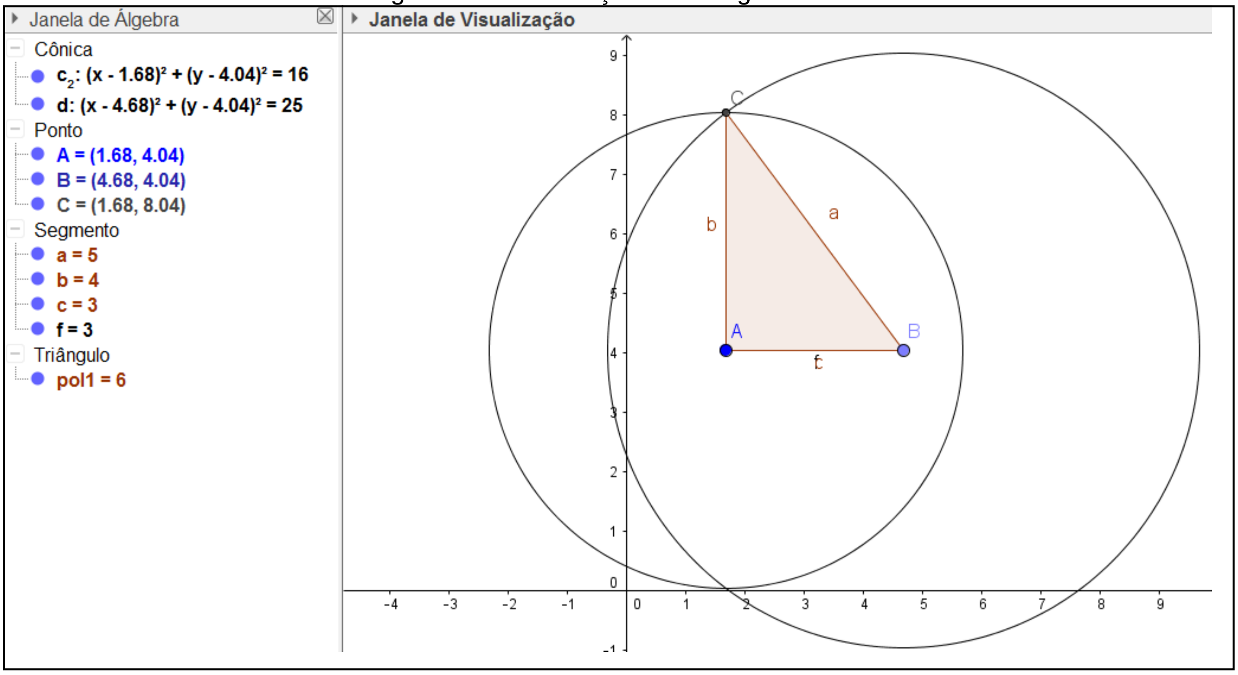
l) Selecionar o ícone  , clicando nos vértices A, B e C, formando o triângulo ABC, conforme Figura 12.

Figura 12 - Construção do triângulo ABC

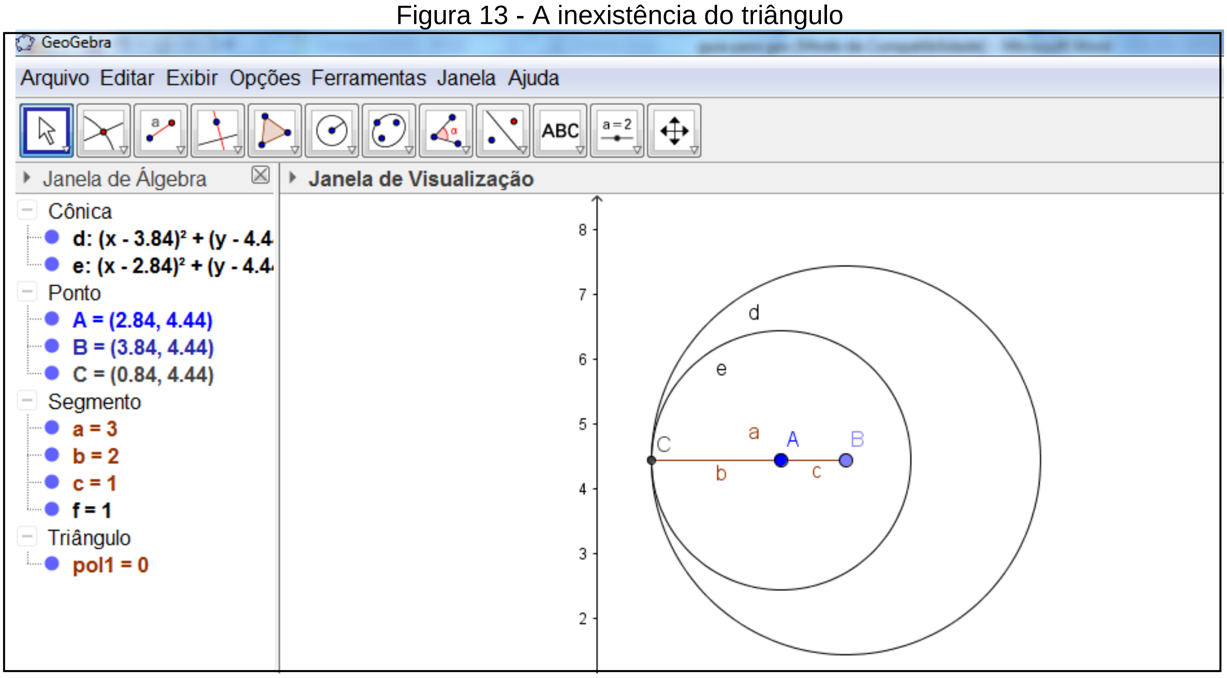


Fonte: a pesquisa.

Desta forma, você construiu o triângulo ABC de lados 3, 4 e 5.

Agora, repita os procedimentos para as medidas 1, 2 e 3.

Figura 13 - A inexistência do triângulo



Fonte: a pesquisa.

Observe que o ponto C, de intersecção das circunferências **d** e **e**, está alinhado aos pontos A e B do segmento, não formando o triângulo. Isso confirma a **não condição de existência do triângulo, para esses valores.**

- $|b - c| < a < b + c$
- $|a - c| < b < a + c$
- $|a - b| < c < a + b$

Sendo**:**

- $a = 3$, $b = 4$ e $c = 5$ ∴ $|4 - 5| < 3 < 4 + 5$ ⟶ **Satisfeita a condição.**

  $|3 - 5| < 4 < 3 + 5$ ⟶ **Satisfeita à condição.**

  $|3 - 4| < 5 < 3 + 4$ ⟶ **Satisfeita à condição.**

Sendo**:**

- $a = 1$, $b = 2$ e $c = 3$ ∴ $|2 - 3| < 1 < 2 + 3$ ⟶ **Não satisfaz a condição.**

  Então as medidas 1, 2, 3 não formam um triângulo.

Atividade 2 - Construção de um triângulo qualquer

Nessa atividade, o aluno aprenderá a construir um triângulo qualquer, calcular a área, o perímetro e os ângulos internos do polígono, conforme os procedimentos abaixo.

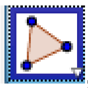
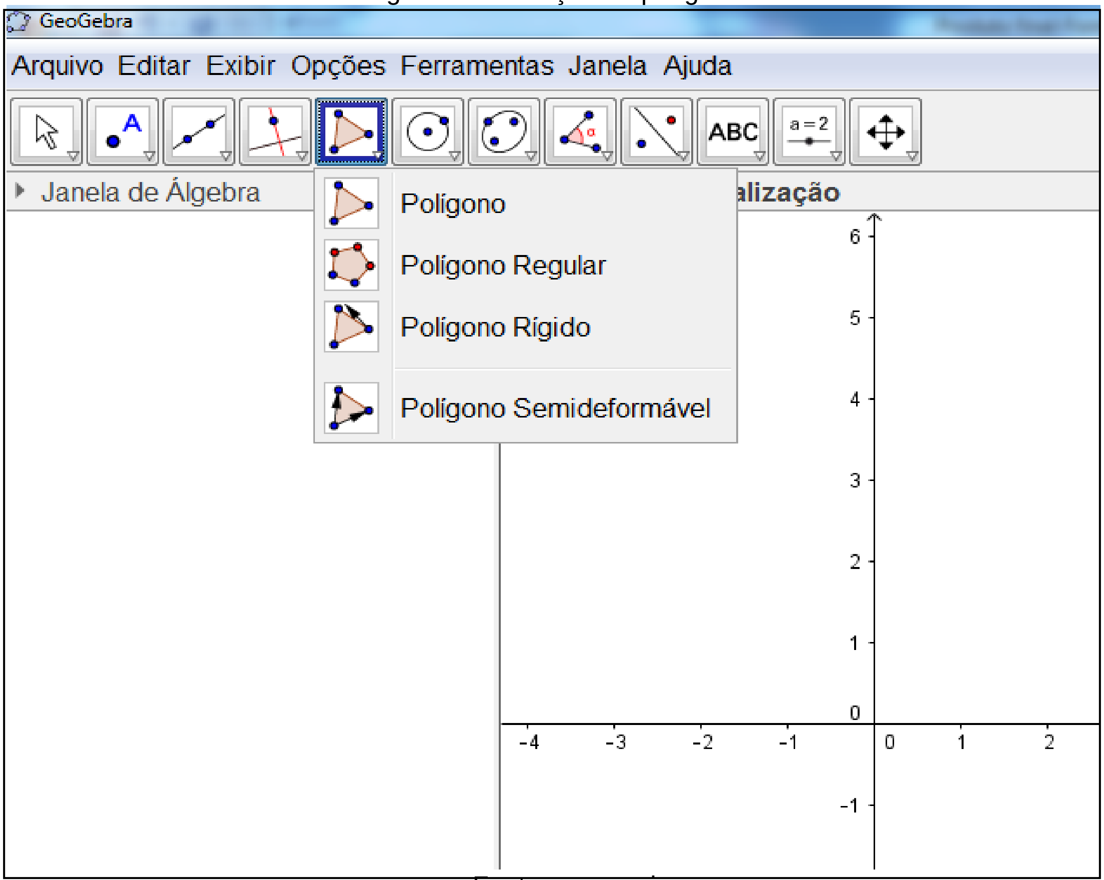
a) Pressionar o quinto ícone da barra de ferramentas , abrindo o menu de opções, conforme a Figura 14.

Figura 14 - Seleção do polígono



Fonte: a pesquisa.

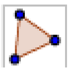
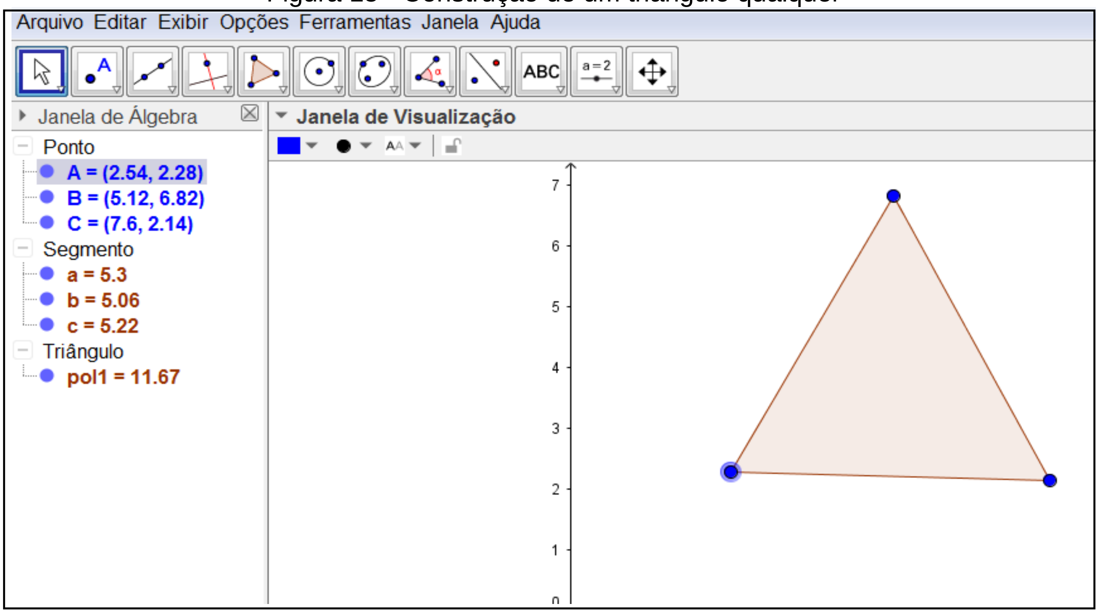
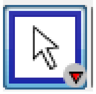
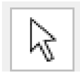
b) Pressionar  (polígono) e construir um triângulo qualquer na janela de visualização, selecionando cada um dos vértices e fechando o triângulo no vértice inicial, conforme Figura 15.

Figura 15 - Construção de um triângulo qualquer



Fonte: a pesquisa.

c) Se você precisar realizar ajustes na figura, selecionar o primeiro ícone da barra de ferramentas  (mover), abrindo o menu. Clicar em mover  para organizar os vértices, movendo um dos vértices.

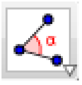
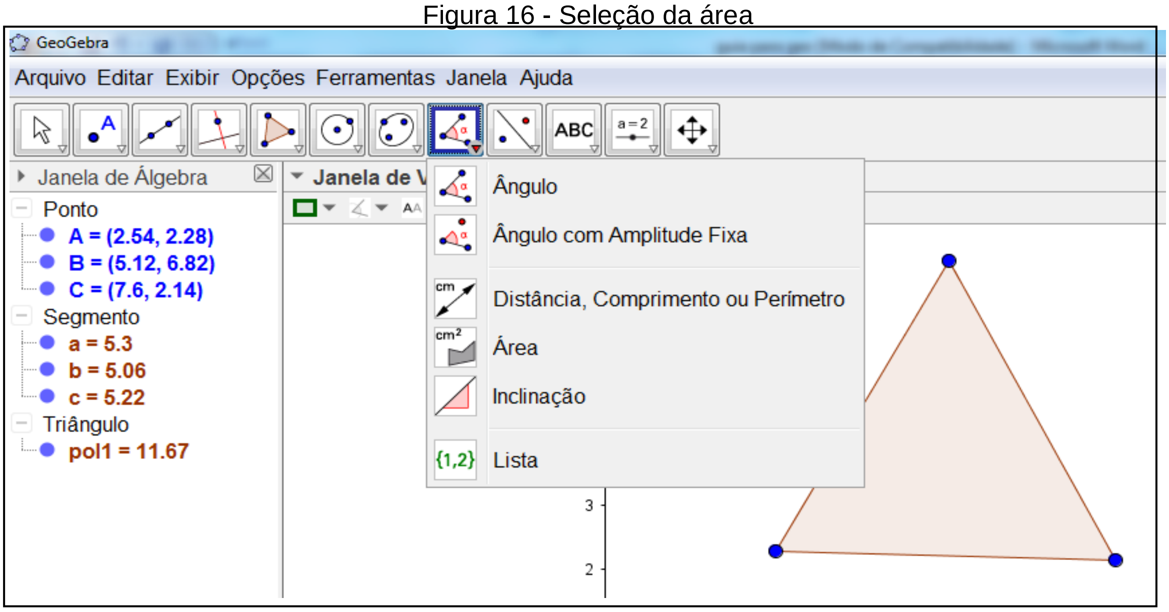
d) Pressionar o oitavo ícone  (ângulo) da barra de ferramentas, conforme Figura 16, para selecionar a medida da área.

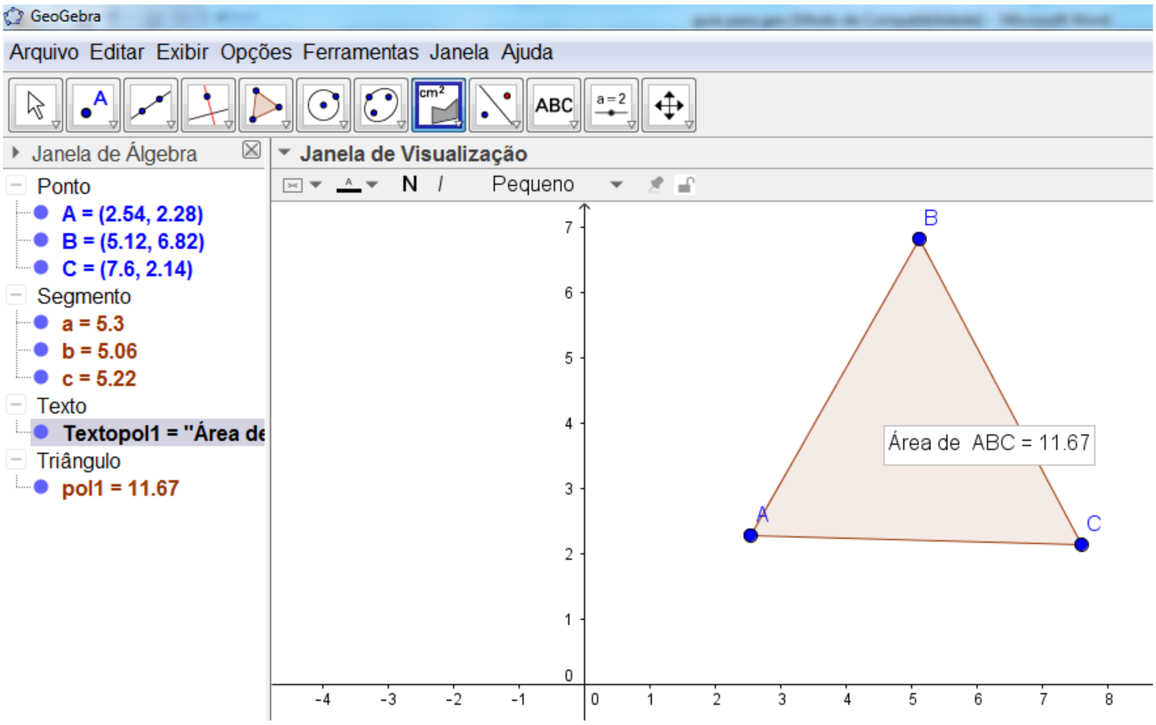
Figura 16 - Seleção da área



Fonte: a pesquisa

e) No menu, pressione a opção  (área) e clique no triângulo, no qual surgirá o valor da área, conforme a Figura 17.

Figura 17 - O valor da área do triângulo



Fonte: a pesquisa.

É possível observar que na construção do polígono aparece, imediatamente, na janela de Álgebra, o valor da área, mesmo que não tenha sido selecionado o ícone para o cálculo da mesma.

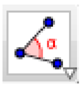
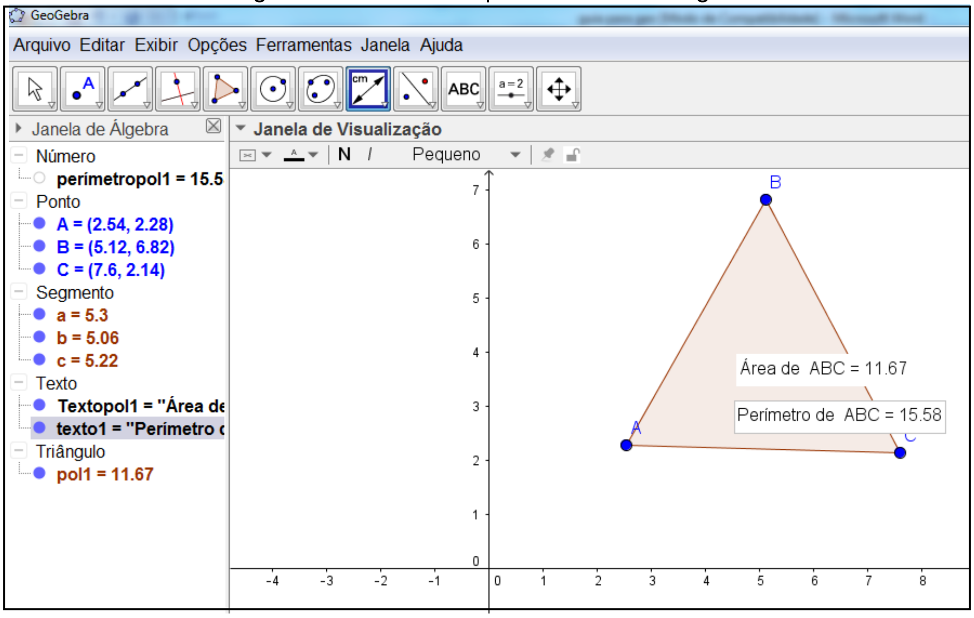
f) Selecionar, novamente  e abrir o menu de opções, pressionando  (perímetro), para determinar a soma dos lados do triângulo. Clique no interior do polígono e abrirá uma janela com o valor do perímetro, segundo se apresenta na Figura 18.

Figura 18-Cálculo do perímetro no triângulo



Fonte: a pesquisa

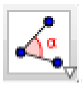
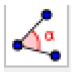
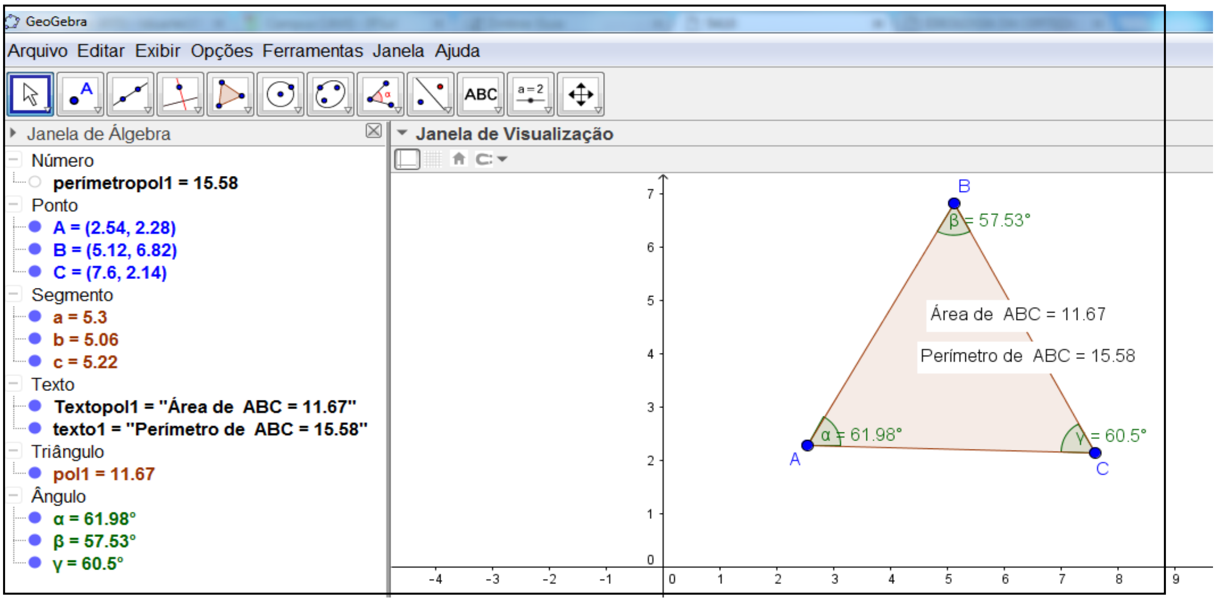
g) Seguindo o oitavo ícone , pressionar  para definir os ângulos internos do triângulo. Para definir o ângulo interno, relativo ao vértice A, pressionar em sentido horário, CAB, de acordo com a disposição dos vértices apresentados na Figura 19. Se pressionar BAC, será obtida a medida do ângulo externo. Da mesma forma, para definir a medida do ângulo interno, relativo ao vértice B, pressionar ABC e o mesmo vale para o vértice C, em que serão pressionados BCA, nessa ordem.

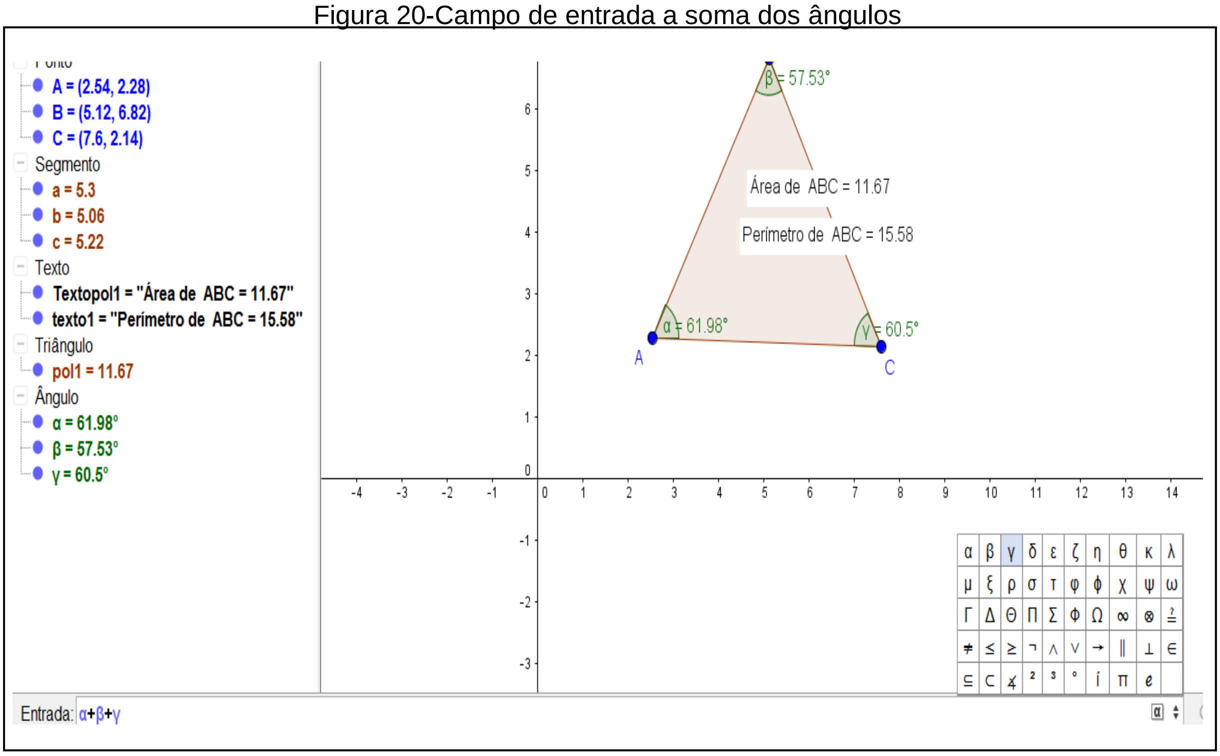
Figura 19-Cálculo da área triângulo ABC



Fonte: a pesquisa.

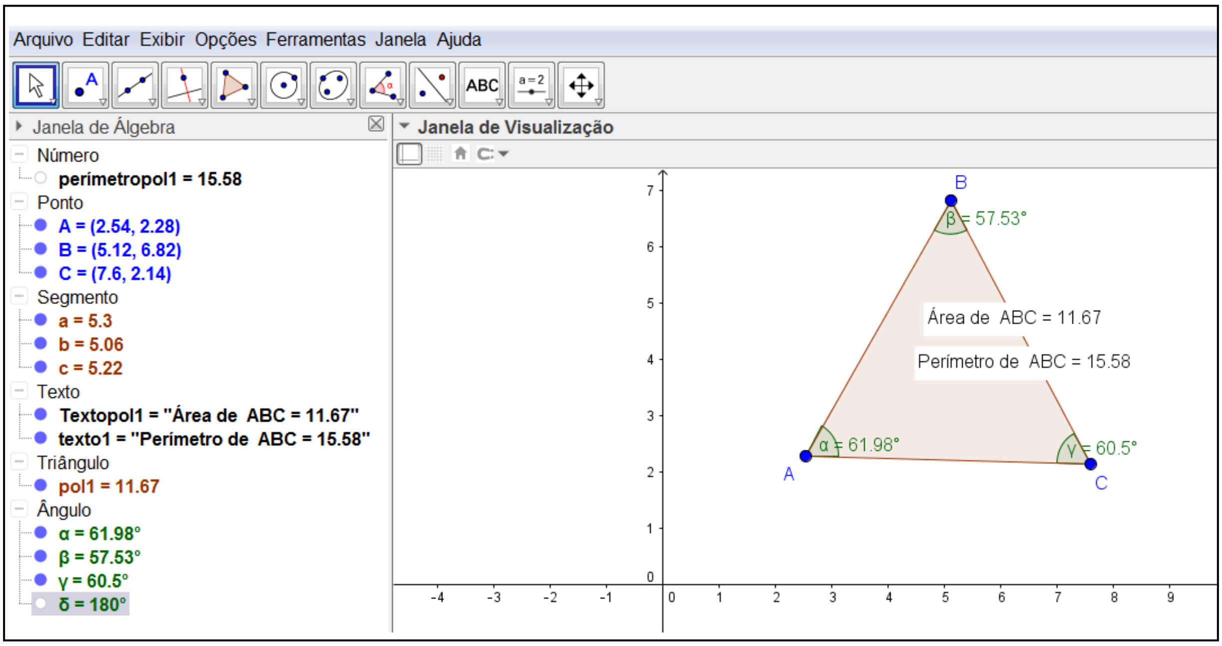
Chama-se a atenção para os dados constantes na Janela de Álgebra, que contém as informações do triângulo. Para obter a soma dos ângulos internos do triângulo, pressione α, no lado direito no campo de entrada. Indique a soma de $\alpha + \beta + \gamma$, pressionando *"enter", conforme se indica na Figura 20.*

Figura 20-Campo de entrada a soma dos ângulos



Fonte: a pesquisa

Figura 21-Triângulo ABC calculo área-perímetro-ângulo



Fonte: a pesquisa

A atividade 3 – Triângulo eqüilátero com três lados iguais

Consiste na construção do triângulo eqüilátero, definindo o valor dos lados, cálculo do perímetro sendo que os mesmos têm a mesma medida. E a soma dos ângulos internos do triângulo:

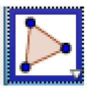
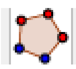
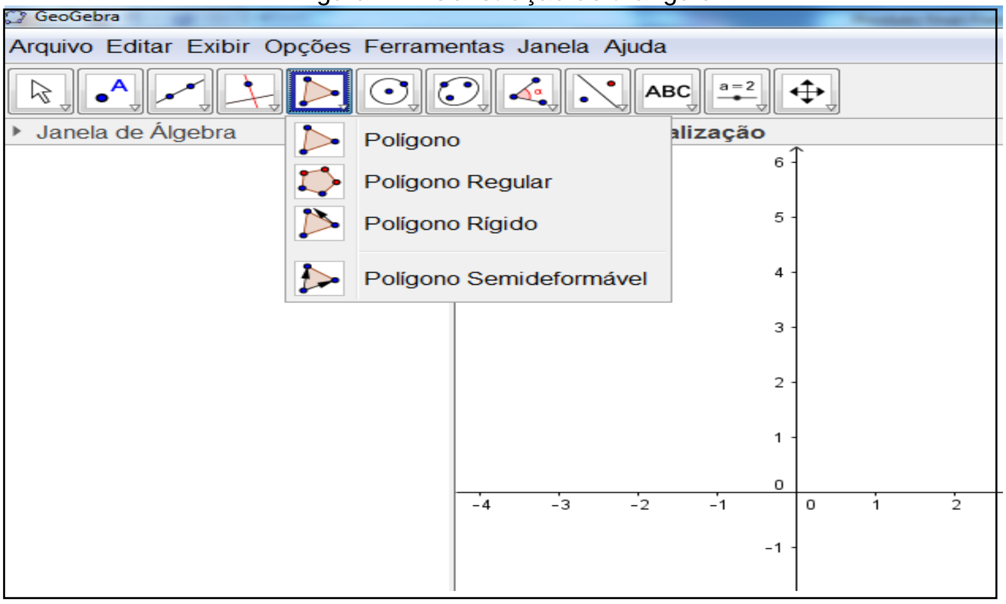
a) Pressionar o quinto ícone da barra de ferramentas , abrindo o menu de  (polígono regular). Selecione primeiro dois pontos e informe o número de vértices que é igual a 3. Conforme a Figura 22.

Figura 22 - Construção do triângulo



Fonte: a pesquisa

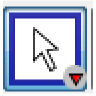
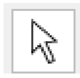
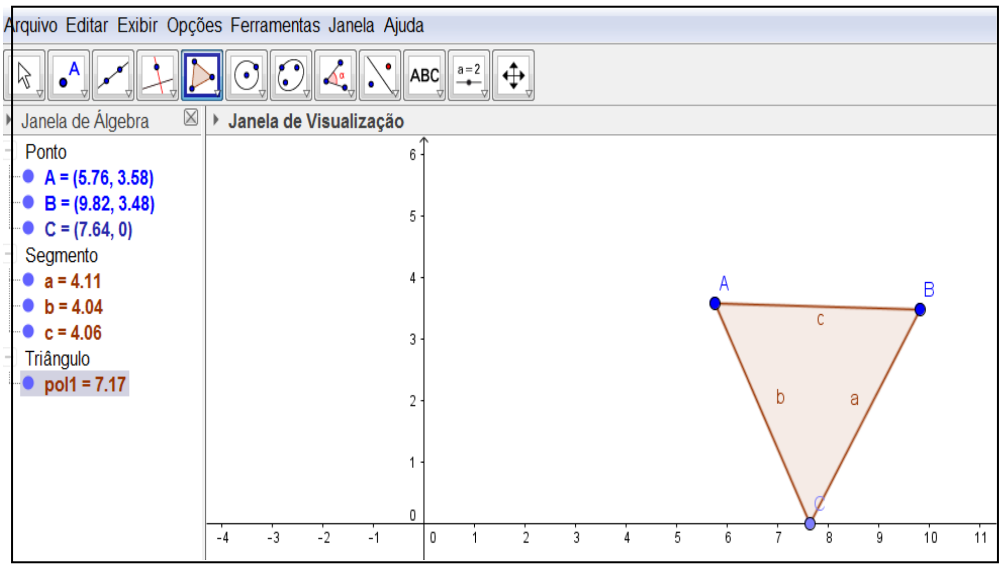
b) Se você precisar realizar ajustes na figura, selecionar o primeiro ícone da barra de ferramentas  (mover), abrindo o menu. Clicar em mover  para organizar os vértices, movendo um dos vértices.

Figura 23-Triângulo ABC



Fonte: a pesquisa

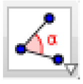
c) Pressionar o oitavo ícone  (ângulo) da barra de ferramentas, conforme Figuras 24 e 25 para inserir  medidas dos lados clicar no interior do polígono.

Figura 24 -Triângulo Equilátero

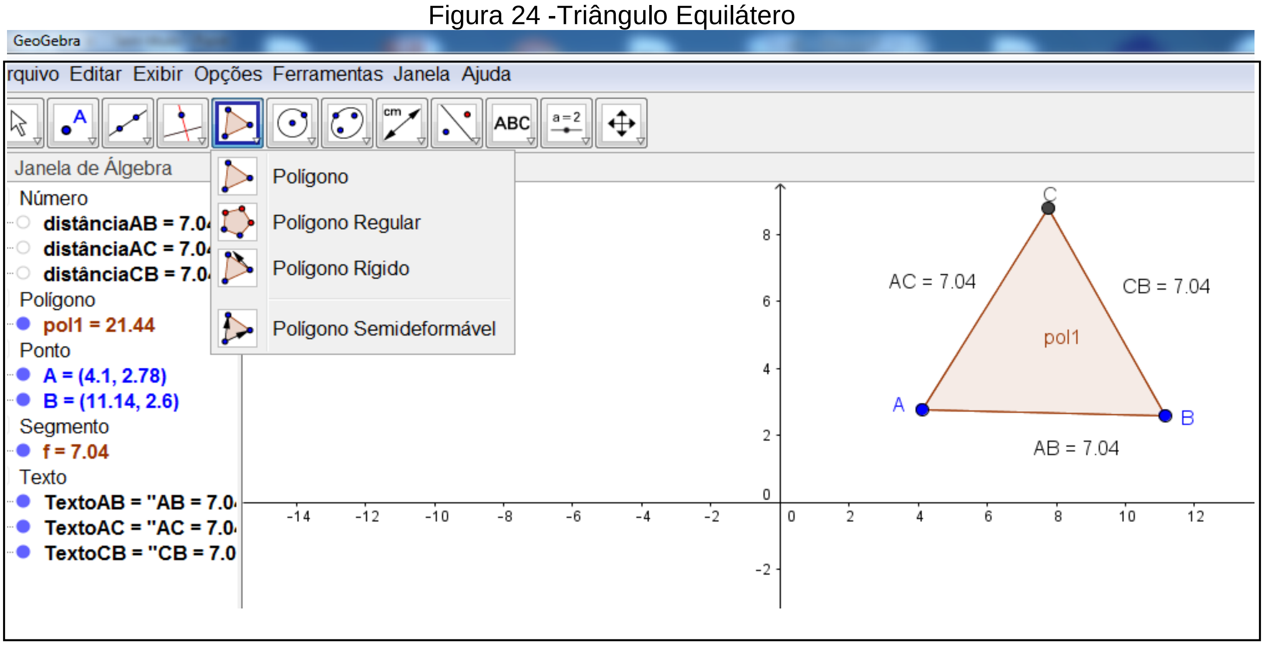
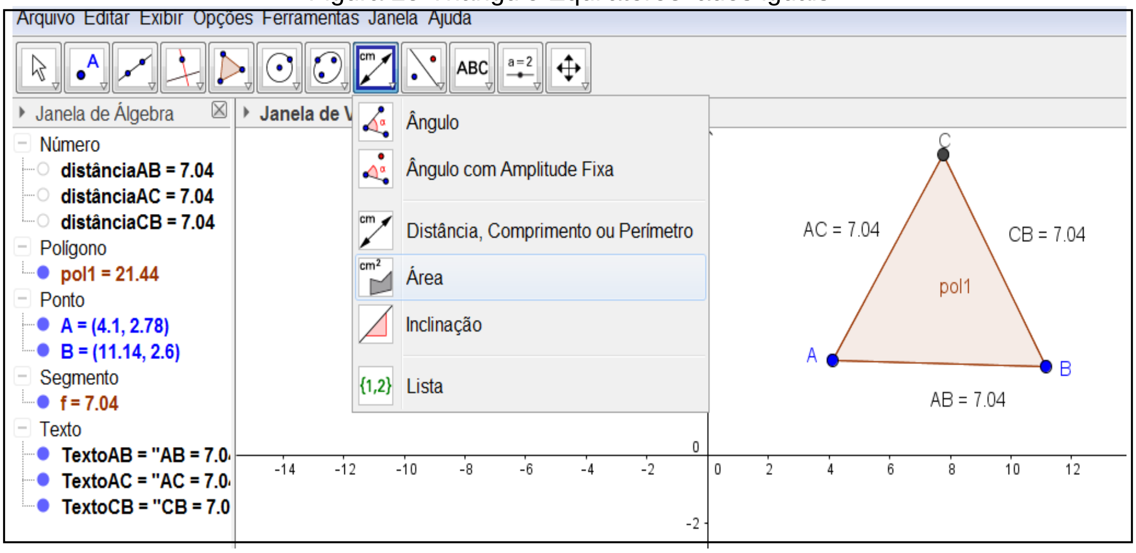
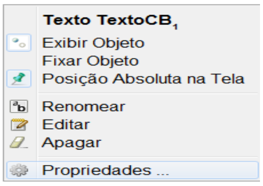


Figura 25-Triângulo Equilátero3 lados iguais



Fonte: a pesquisa

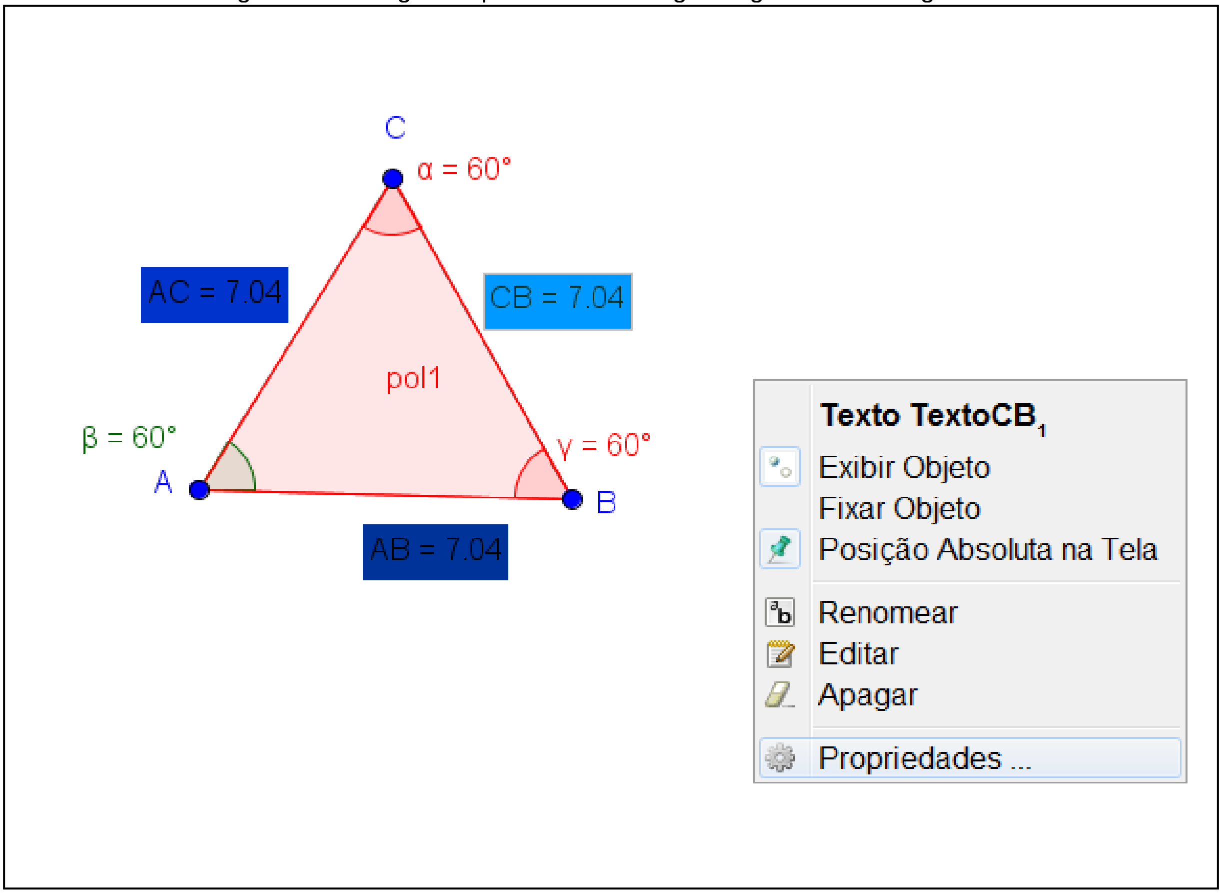
d) Clicar com o botão direito do mouse, selecionar no menu a opção



Editar depois **Propriedades** e aparecerá uma janela de cores onde você poderá escolher a cor dos entes do triângulo (o próprio triângulo, os vértices e os lados)

e fechar.

Figura 26-Triângulo Equilátero- três ângulos iguais e lados iguais



Fonte: a pesquisa

Atividade – 4 Construção de um triângulo isósceles com a ferramenta circulo dados centro e raio.

A Atividade consiste na construção de um triângulo Isósceles de 2 lados congruentes e dois ângulos internos da base de mesmo valor. Construa um triângulo Isósceles de lados a,b.c (2,3,3).

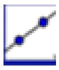
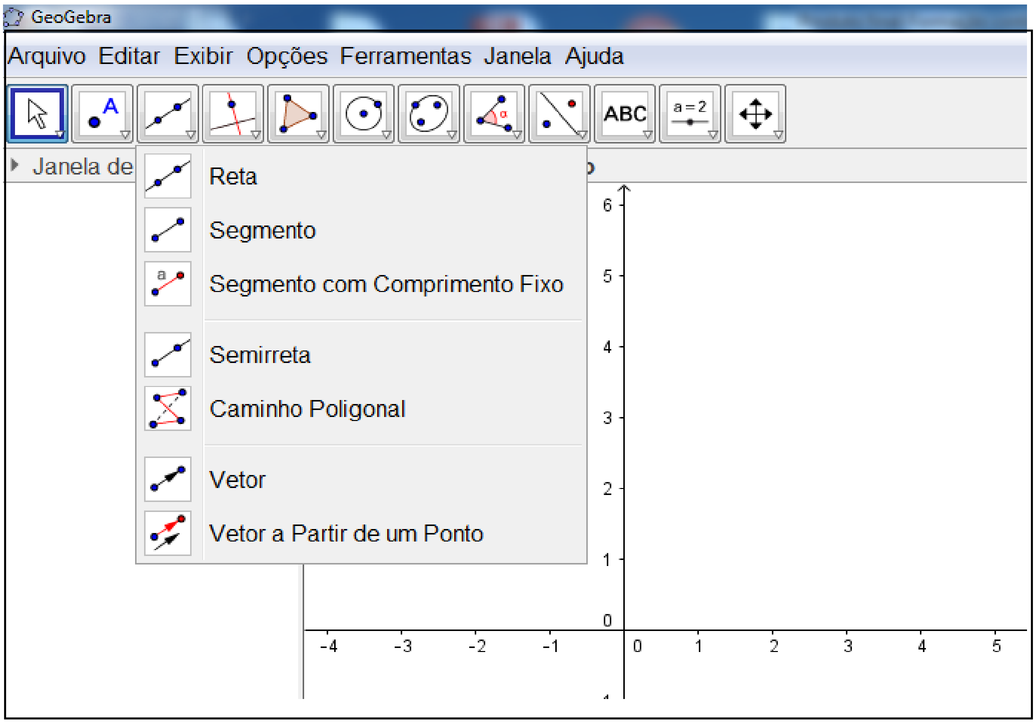
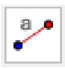
a) Pressionar o terceiro ícone  (Reta), na barra de ferramentas, abrindo o menu de opções, conforme na Figura 27.

Figura 27-Interface

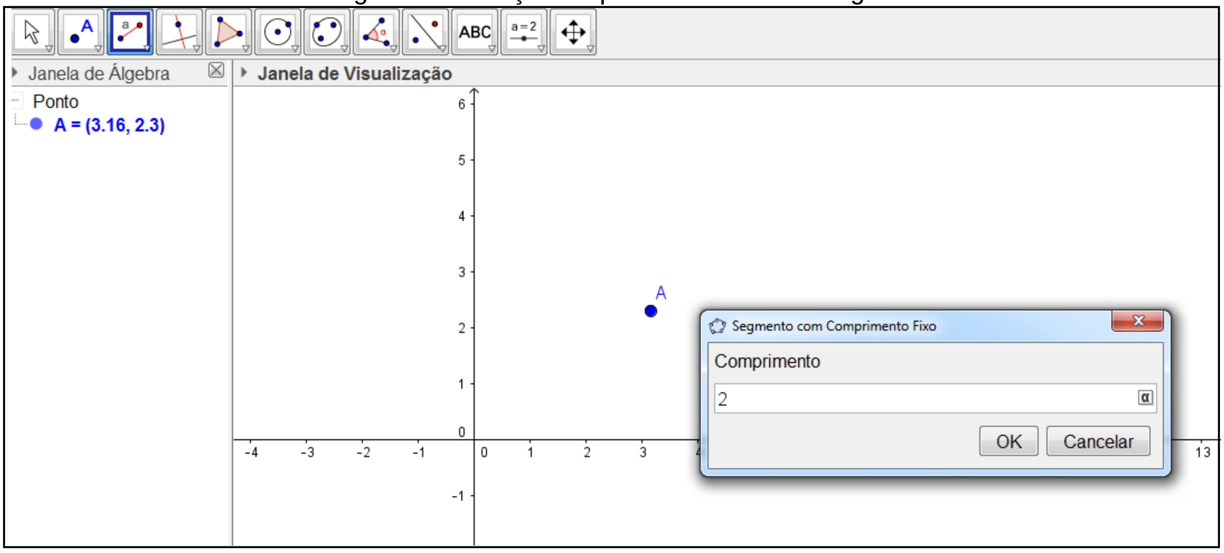


Fonte: a pesquisa.

b) Selecionar o segmento de comprimento fixo, representado pelo ícone .

c) Clicar na janela de visualização do GeoGebra, na qual aparecerá o ponto A e abrirá a janela onde deverá ser inserido o comprimento do segmento. O ponto Um ponto qualquer A, situado no plano cartesiano, pode ter quaisquer coordenadas, conforme Figura 28. Clicar no terceiro ícone em segmento de comprimento fixo. Abrirá a janela Segmento com Comprimento Fixo, conforme a figura 28.

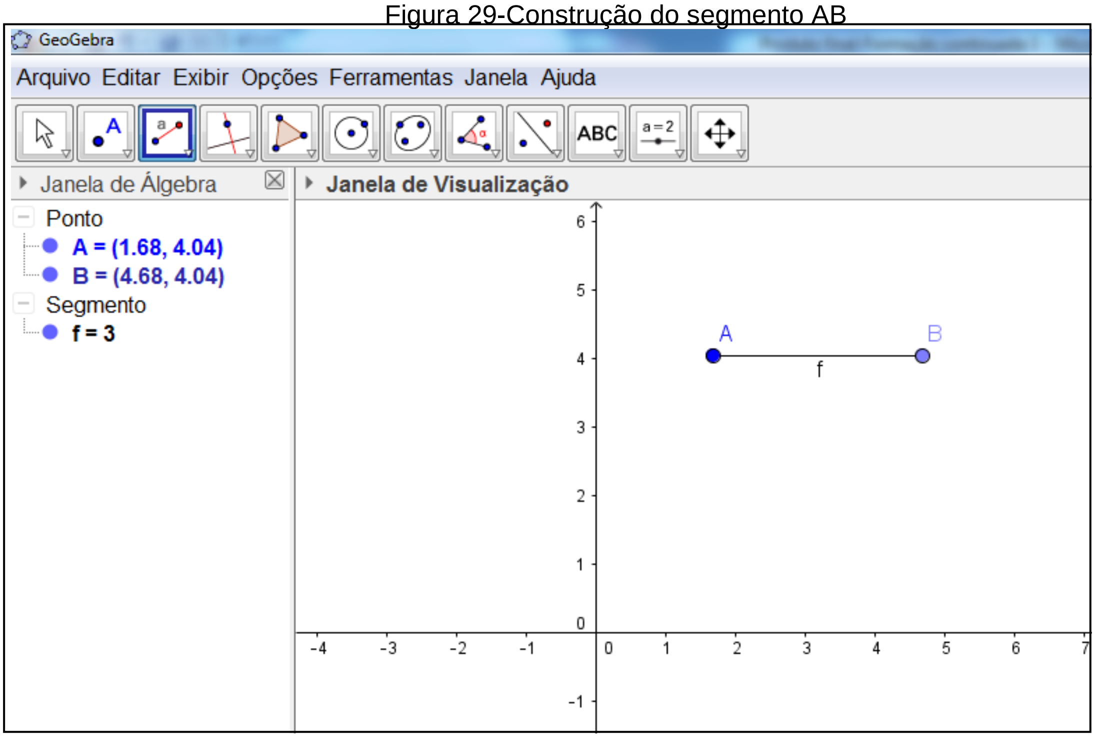
Figura 28-Inserção do primeiro lado do triângulo



Fonte: a pesquisa

d) Digitar o número 2 e aperte OK. O segmento $\overline{AB}$ ficará representado na janela de visualização, conforme Figura 29.

Figura 29-Construção do segmento AB



Fonte: a pesquisa

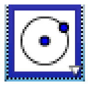
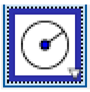
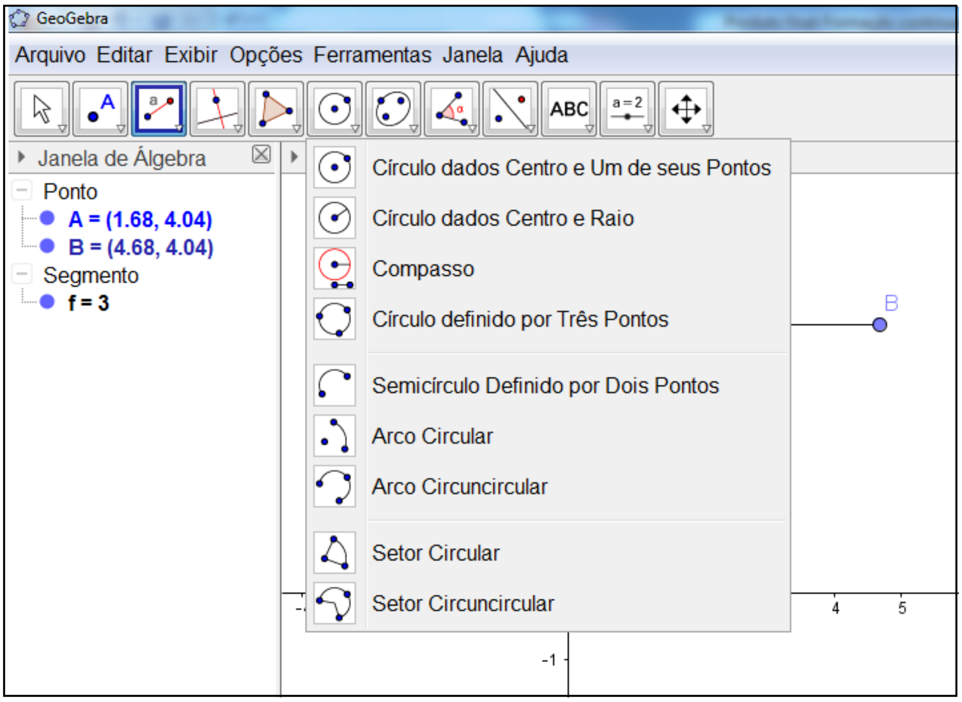
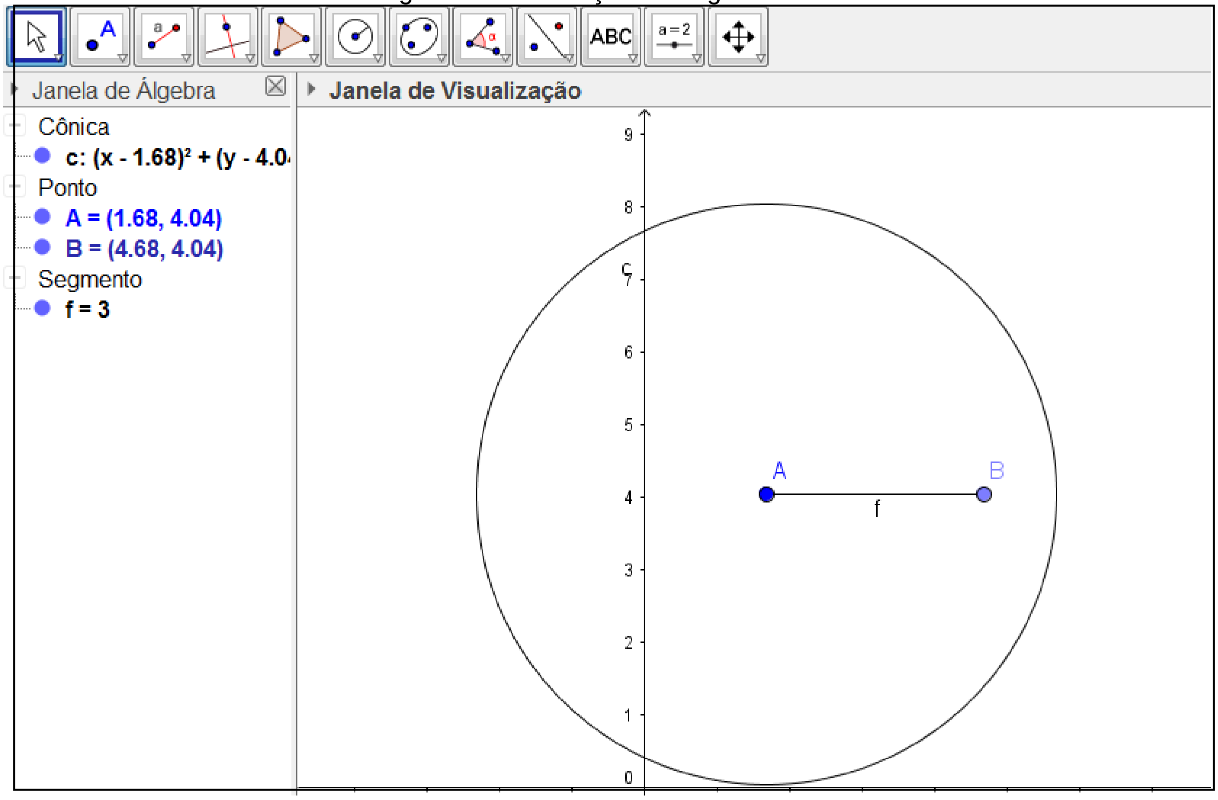
e) Para representar o segundo lado do triângulo de medida 3 unidades de comprimento, pressione o sexto ícone da barra de ferramentas , abrindo o menu de opções, e escolhendo **Círculo dados Centro e Raio,** conforme Figura 30. Clicar no ponto A do segmento e construir um círculo de raio 3. 

Figura 30-Menu de opções circulo dados centro e raio



Fonte: a pesquisa

Figura 31-Construção do segundo lado



Fonte: a pesquisa

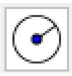
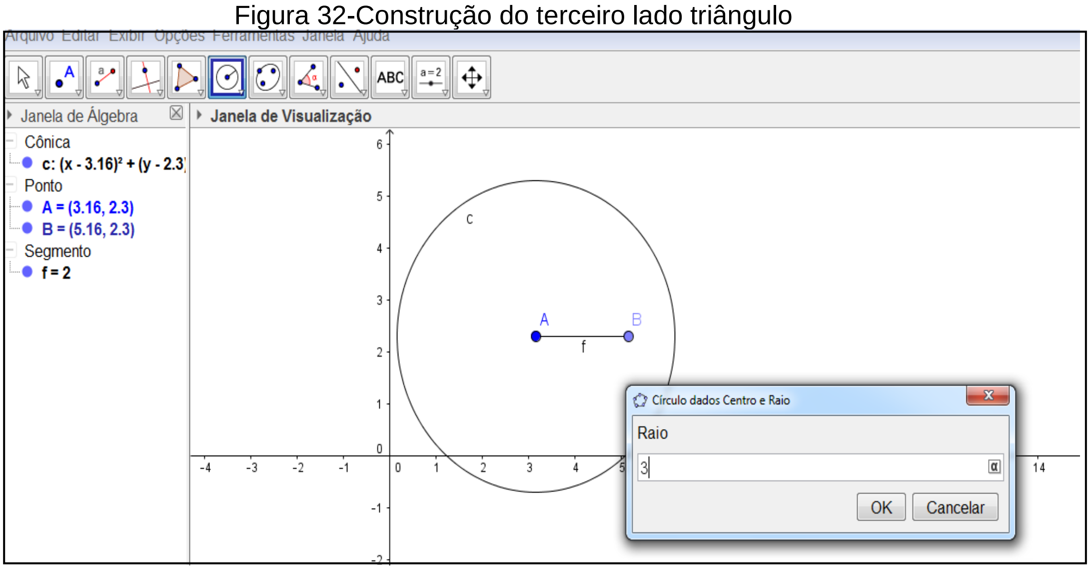
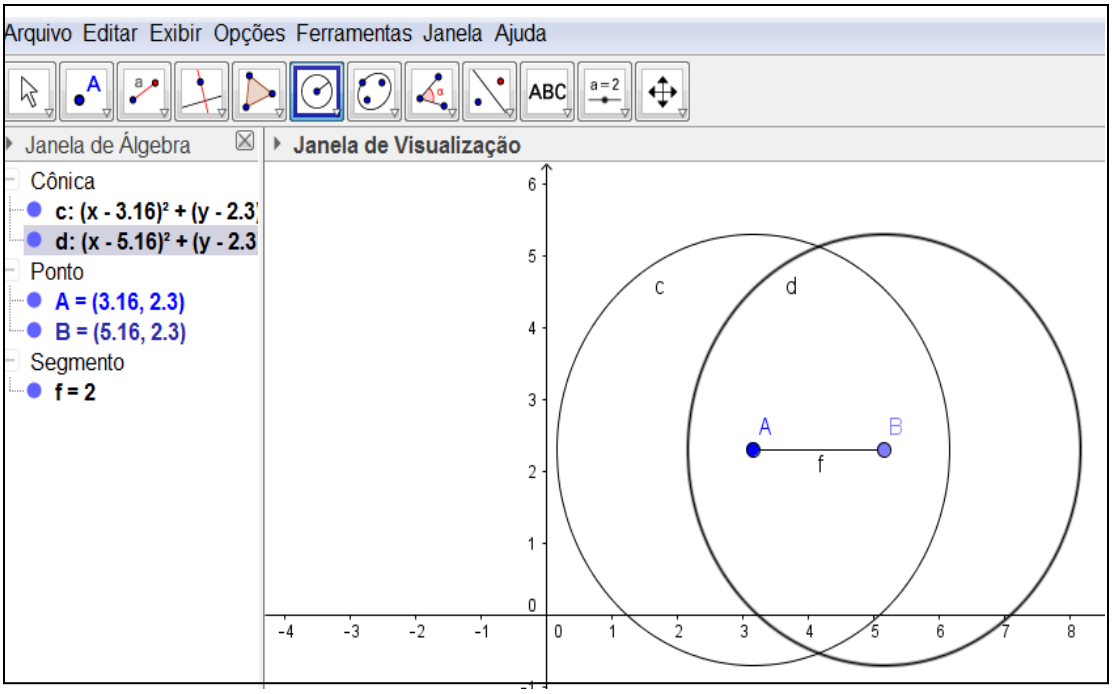
f) Para inserir o terceiro lado de medida 3, selecionar, novamente, o **círculo dados centro e raio**, por meio do ícone , clicar no ponto B, abrindo uma janela de diálogo, na qual deverá ser inserido o comprimento do raio igual a 3, conforme Figura 32.

Figura 32-Construção do terceiro lado triângulo

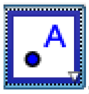
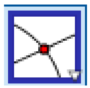


Fonte: a pesquisa

Figura 33-Construção circunferência raio 3



Fonte: a pesquisa

g) Pressionar o segundo ícone da barra de ferramentas , abrindo o menu de opções, conforme Figura 34. Clicar em intersecção de objetos 

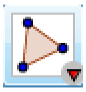
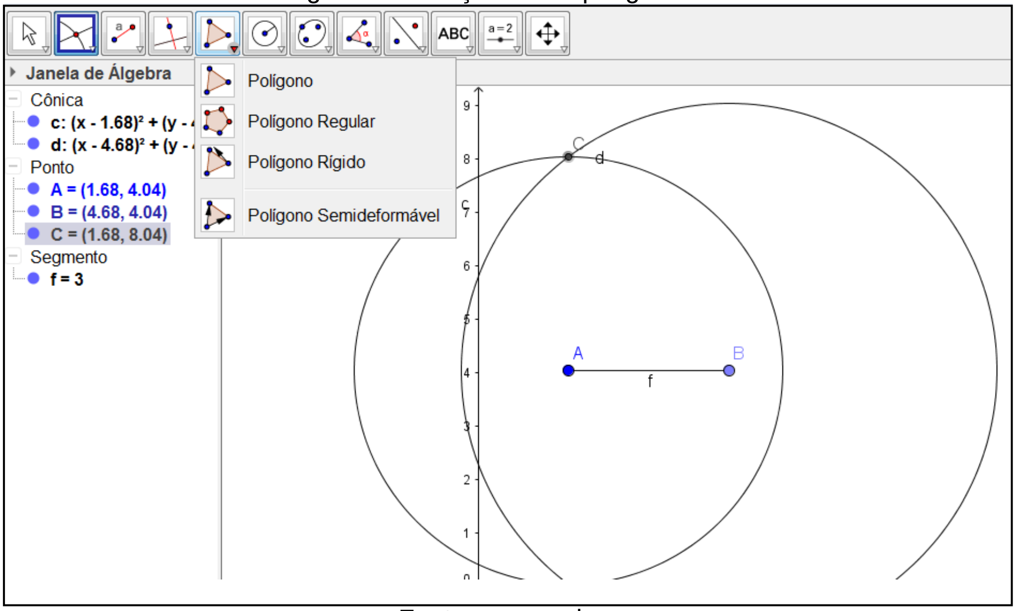
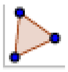
h) Pressionar o quinto ícone da barra de ferramentas  (polígono), abrindo o menu de opções, conforme Figura 34.

Figura 34-Seleção ícone polígono



Fonte: a pesquisa.

i) Selecionar o ícone  , clicando nos vértices A, B e C, formando o triângulo ABC, conforme Figura 35.

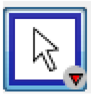
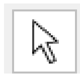
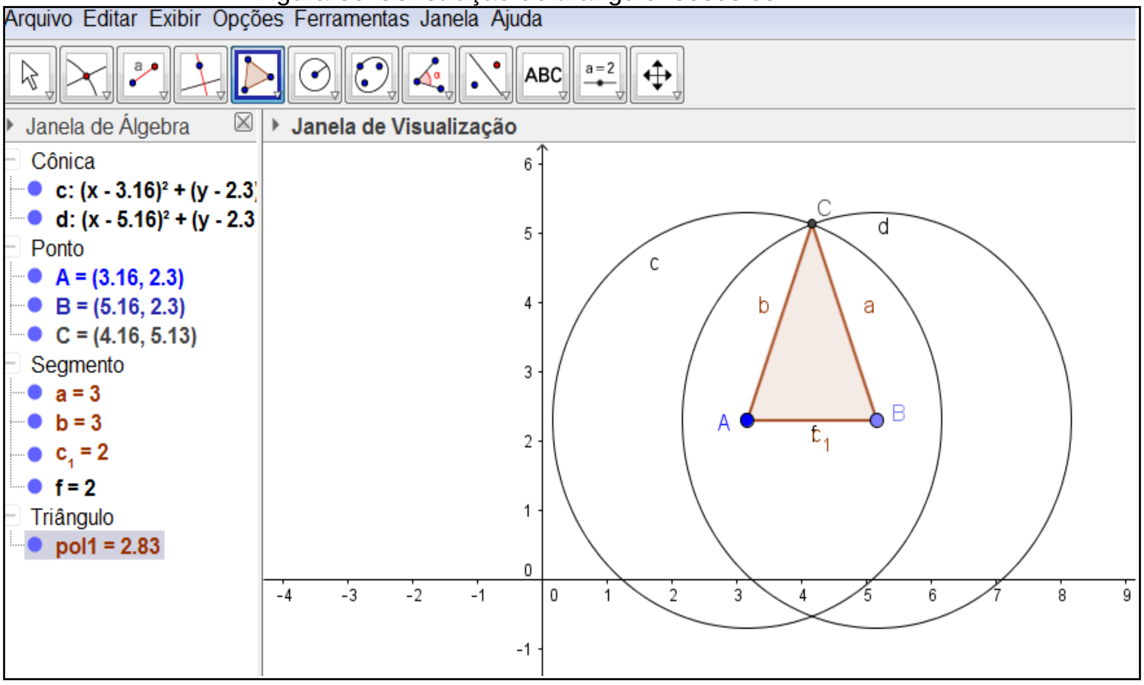
j) Se você precisar realizar ajustes na figura, selecionar o primeiro ícone da barra de ferramentas  (mover), abrindo o menu. Clicar em mover  para organizar os vértices, movendo um dos vértices.

Figura 35-Construção do triângulo Isósceles



Fonte: a pesquisa

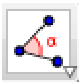
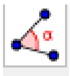
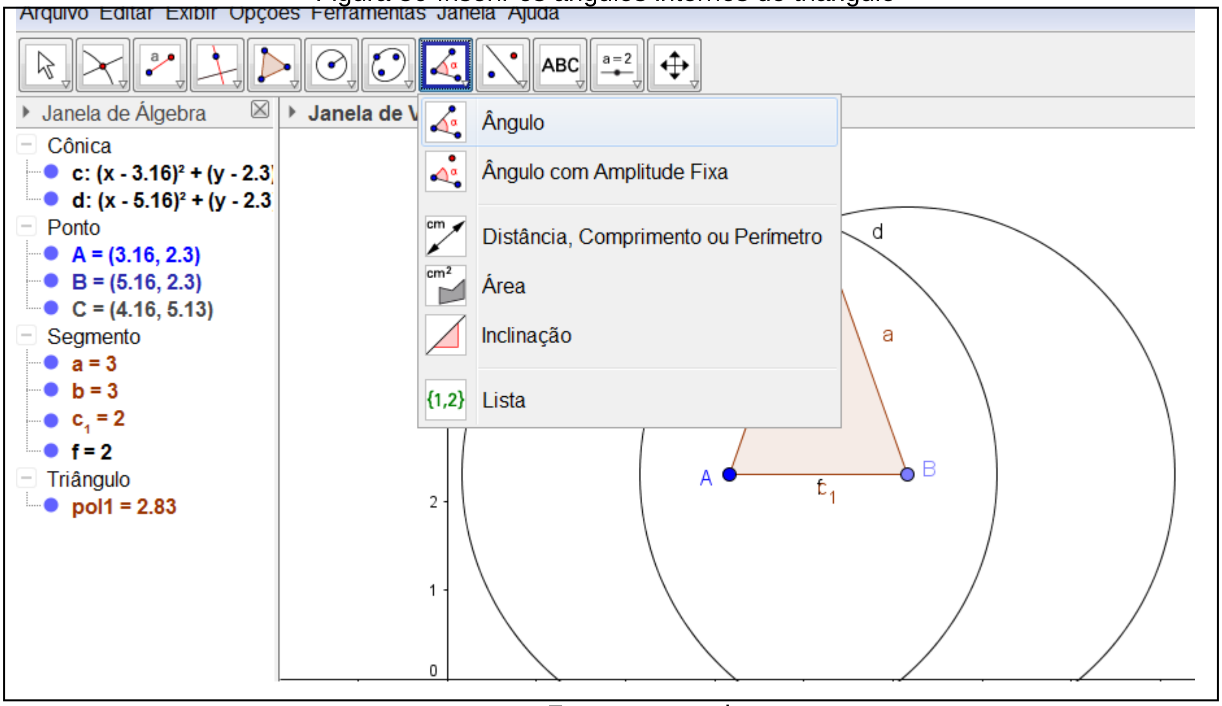
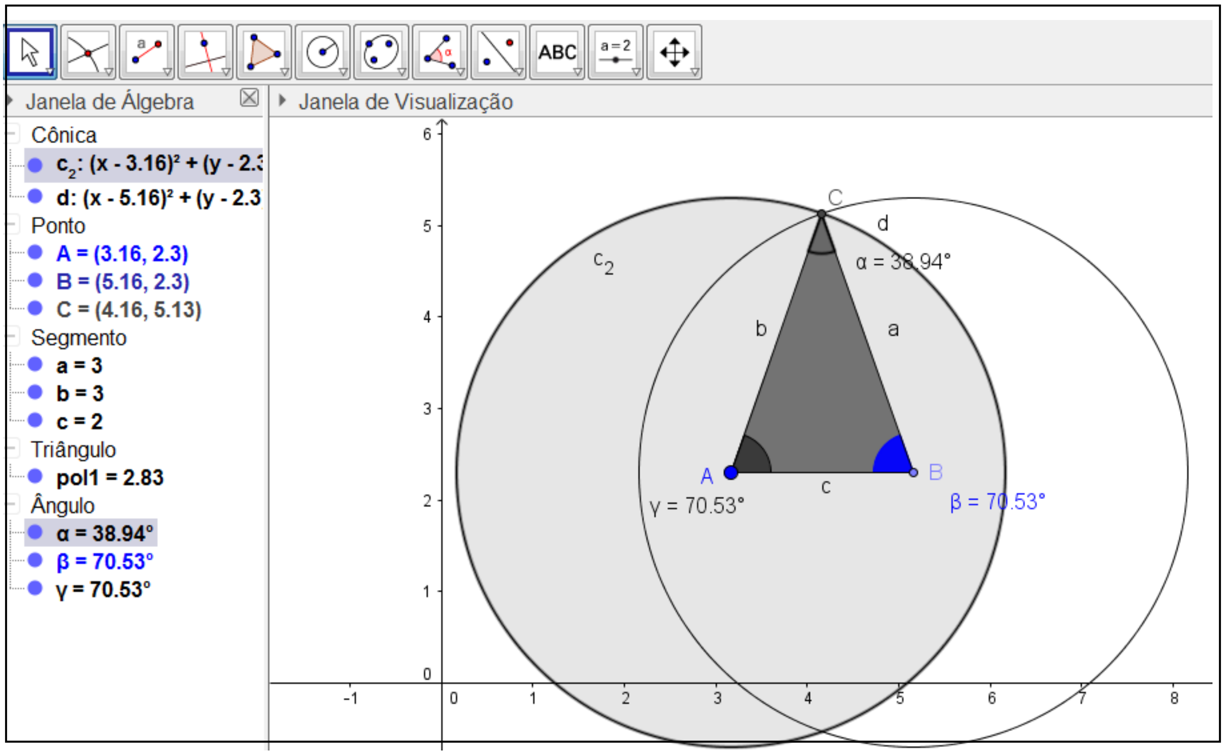
k) Seguindo o oitavo ícone , pressionar  para definir os ângulos internos do triângulo. Para definir o ângulo interno, relativo ao vértice A, pressionar em sentido horário, BAC, de acordo com a disposição dos vértices apresentados na Figura 36 e 37. Se pressionar CAB, será obtida a medida do ângulo externo. Da mesma forma, para definir a medida do ângulo interno, relativo ao vértice B, pressionar CBA e o mesmo vale para o vértice C, em que serão pressionados ACB, nessa ordem

Figura 36-Inserir os ângulos internos do triângulo



Fonte: a pesquisa

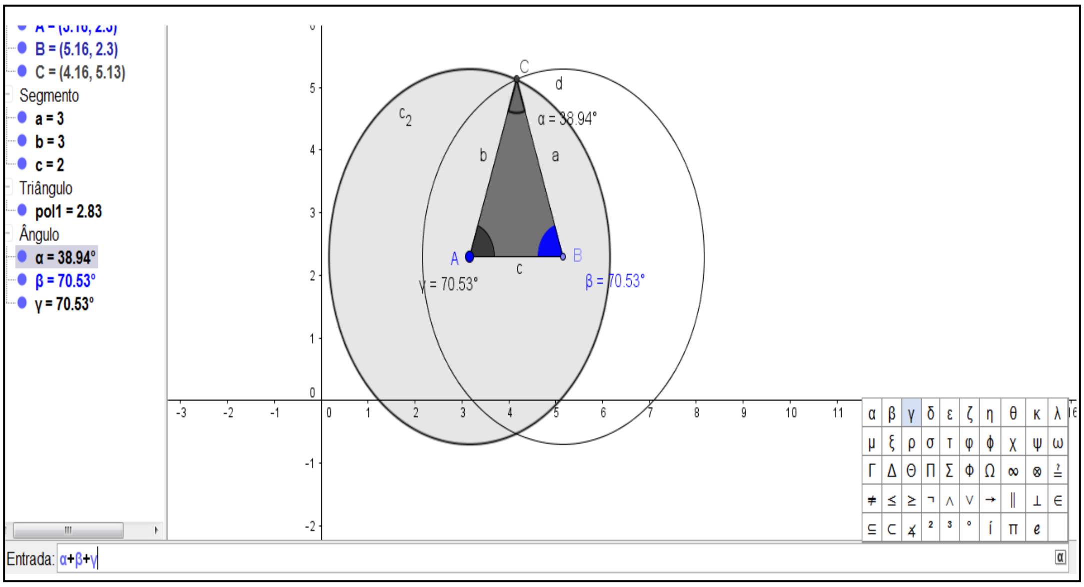
Figura 37-Triângulo Isósceles ângulos internos da base



Fonte:a pesquisa

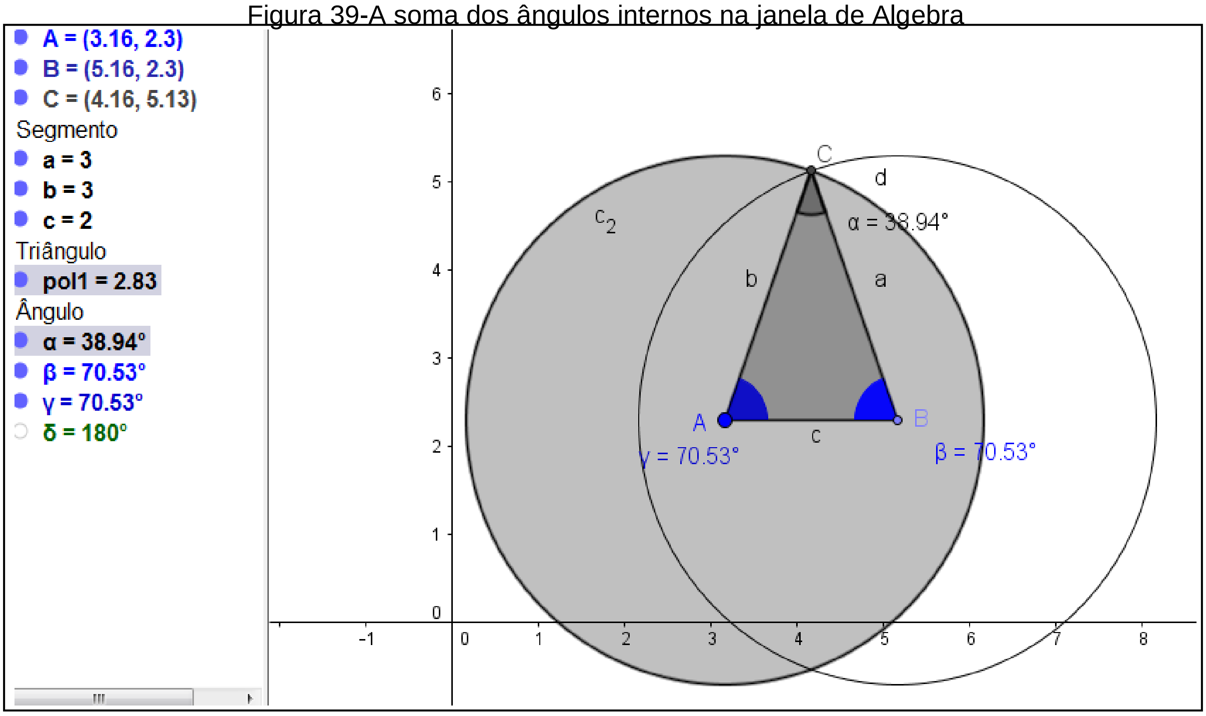
Observa-se na Figura 38 e 39, para os dados constantes na Janela de Álgebra, que contém as informações do triângulo. Para obter a soma dos ângulos internos do triângulo, pressione α, no lado direito no campo de entrada. Indique a soma de $\alpha + \beta + \gamma$, pressionando **enter** a soma e igual 180°.

Figura 38- No triângulo a soma dos ângulos internos na janela de entrada



Fonte: a pesquisa

Figura 39-A soma dos ângulos internos na janela de Algebra



Fonte: a pesquisa

REFERÊNCIAS

AQUINO, L. C. M. **Mini curso do GeoGebra.** Disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=9-1&list=PL8884F539CF7C4DE3>.Acessado em: 26 Out de2015.

HOHENWARTER, Markus. **GeoGebra**. Disponível em: <www.geogebra.org>. Acessado em: 25 Out de 2015.

MAROQUIO, V.S. PAIVA, M.A.V. FONSECA, CAMILA DE OLIVEIRA. Encontro Capixaba de Ed. Mat.**Sociedade Brasileira de Educação Matemática**- Espírito Santo.Vitória- ES .23 a 25/01/2015.

ZABALA A. **A PRÁTICA EDUCATIVA COMO EDUCAR.**P.A,1998